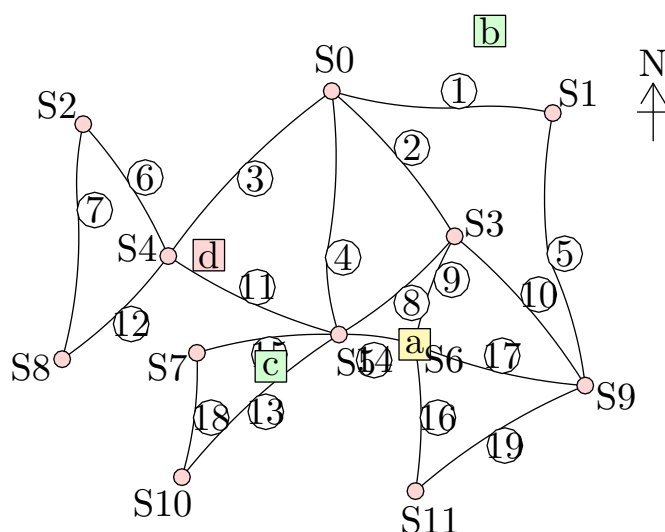


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑪ rue des Lilas	S0 Rond-point de la Poste	a la poste
② venelle du Chat	⑫ chemin Creux	S1 Place de la Fontaine	b la salle des fêtes
③ allée des Tilleuls	⑬ rue du Pont	S2 Coin du Lavoir	c la bibliothèque
④ chemin de Ronde	⑭ avenue de la Gare	S3 Carrefour Saint-Roch	d le marché couvert
⑤ chemin du Lavoir	⑮ rue des Jardins	S4 Rond-point du Pont	
⑥ rue Haute	⑯ rue du Puits	S5 Carrefour de la Mairie	
⑦ rue des Écoles	⑰ rue du Moulin	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ allée des Peupliers	⑱ sentier des Prés	S7 Place de l'Église	
⑨ rue de l'Église	⑲ quai aux Fleurs	S8 Place du Vieux-Puits	
⑩ chemin des Vignes		S9 Rond-point des Vaches	
		S10 Placette des Ormes	
		S11 Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

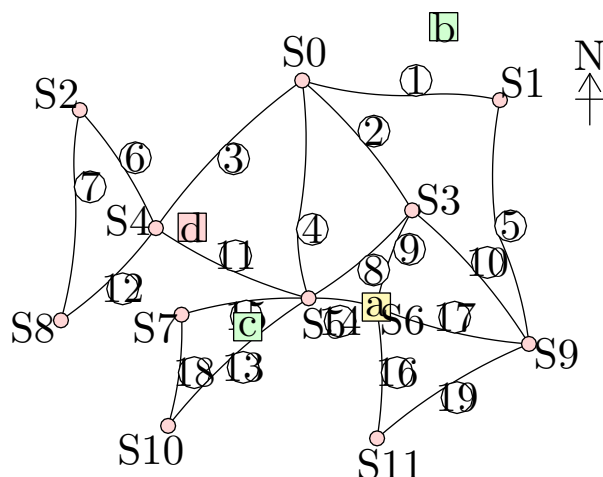
Problème — Fiche n°25



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	4	2	2	4	4	6	4	2	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°25



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (S6), prend la **rue de l'Église** ⑨ vers le nord et atteint Carrefour Saint-Roch (S3).
2. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S0).
3. Il prend dans la **rue du Four** ①, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (S1).
4. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (S9).
5. Il prend dans le **chemin des Vignes** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S3).
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
7. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ④, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S0).
8. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
9. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (S2).
10. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S8).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
12. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
13. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S10).
14. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑱, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (S7).
15. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑮, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S5).
16. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑭, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
17. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑯, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S11).
18. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑲, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S9).
19. Il prend dans la **rue du Moulin** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.