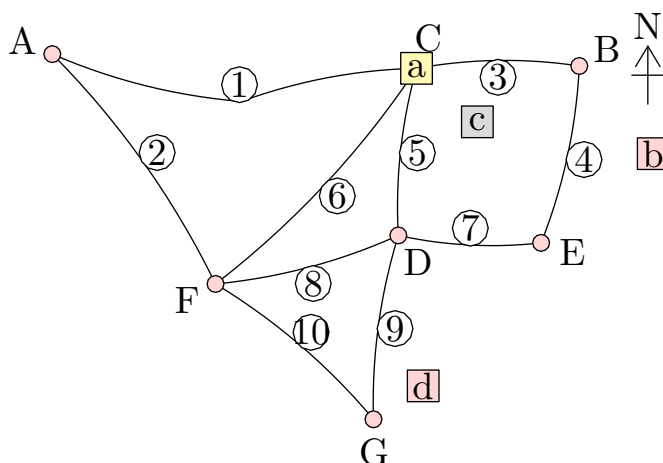


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑥ rue des Jardins	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue Basse	⑦ rue des Lilas	Ⓑ Place de l'Église	b le lavoir
③ chemin Creux	⑧ rue du Stade	Ⓒ Carrefour de l'Hôpital	c le gymnase
④ rue Pasteur	⑨ rue de la Poste	Ⓓ Rond-point du Stade	d la pharmacie
⑤ rue du Pont	⑩ allée des Tilleuls	Ⓔ Place aux Herbes	
		Ⓕ Rond-point des Vaches	
		Ⓖ Place Sainte-Croix	

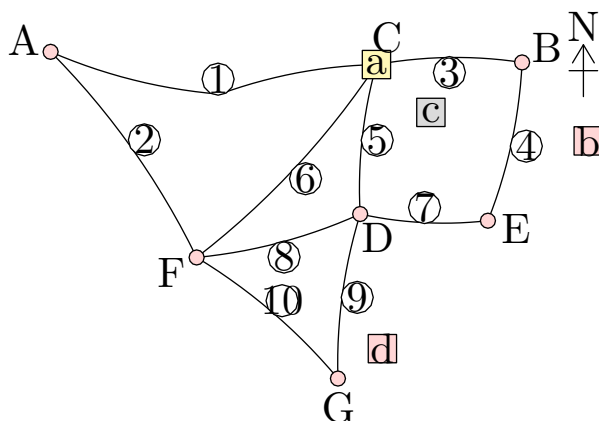
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	2	2	4	4	2	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°250



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (C), prend la **rue du Four** ① vers l'ouest et atteint Fontaine Notre-Dame (A).
2. Il prend dans la **rue Basse** ②, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (F).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (C).
4. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ③, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (B).
5. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ④, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (E).
6. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (D).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (F).
8. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (G).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (D).
10. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑤, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (C).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.