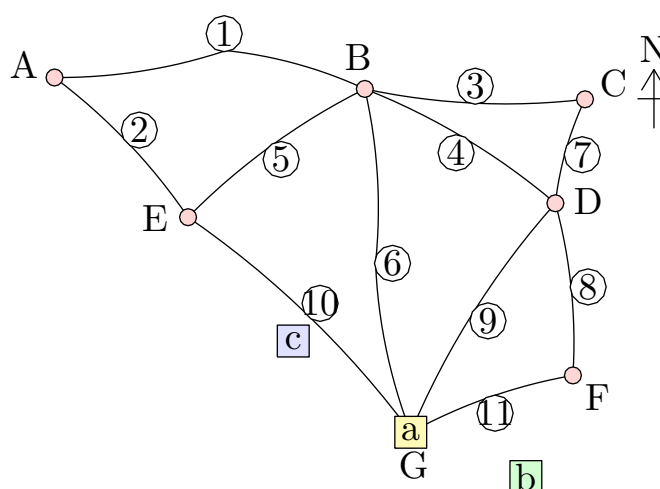


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Stade	⑦ rue Neuve	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② chemin Creux	⑧ allée des Tilleuls	Ⓑ Carrefour de la Mairie	b la salle des fêtes
③ rue de la Poste	⑨ rue des Lilas	Ⓒ Place aux Herbes	c l'école
④ rue de l'Église	⑩ venelle du Chat	Ⓓ Rond-point de la Gare	
⑤ rue Pasteur	⑪ rue Basse	Ⓔ Carrefour de l'Hôpital	
⑥ rue de la Mairie		Ⓕ Place Sainte-Croix	
		Ⓖ Rond-point du Stade	

Légende du plan

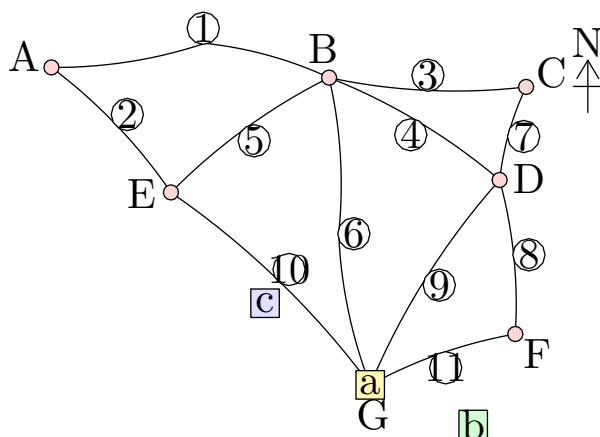
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	2	5	2	4	3	2	4
Parité	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $22 = 2 \times 11$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, B et E : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **G**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de B à E. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°251



Ce parcours, en partant de B :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (**B**), prend la **rue du Stade** ① vers l'ouest et atteint Fontaine Notre-Dame (**A**).
2. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**B**).
4. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ③, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**C**).
5. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑦, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
6. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**B**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
9. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑧, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**F**).
10. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**G**).
11. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**E**).