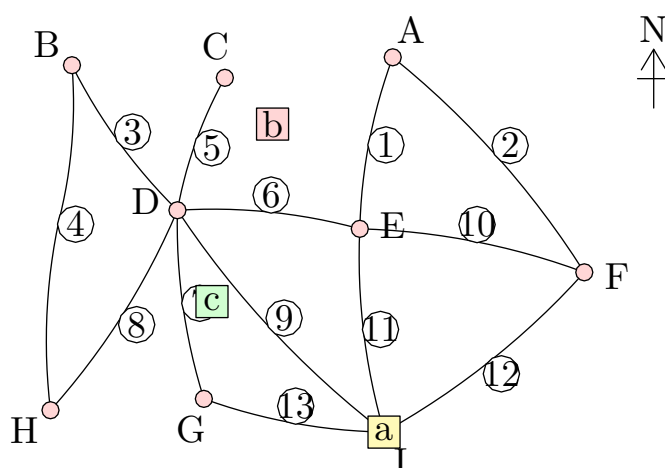




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Poste	⑧ rue du Puits	Ⓐ Place Sainte-Croix	a la poste
② rue des Écoles	⑨ quai aux Fleurs	Ⓑ Placette des Ormes	b la boulangerie
③ rue Neuve	⑩ rue de la Mairie	Ⓒ Place aux Herbes	c la bibliothèque
④ rue du Stade	⑪ sentier des Prés	Ⓓ Carrefour du Moulin	
⑤ impasse des Roses	⑫ rue de l'Église	Ⓔ Rond-point de la Gare	
⑥ rue des Lilas	⑬ rue Haute	Ⓕ Carrefour des Tilleuls	
⑦ rue du Moulin		Ⓖ Coin du Lavoir	
		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓘ Carrefour de la Mairie	

Légende du plan

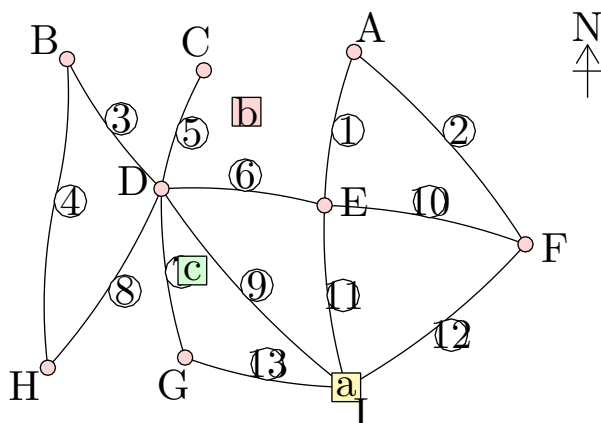
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	1	6	4	3	2	2	4
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **I**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, C et F : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **I**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de C à F. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°252



Ce parcours, en partant de C :

1. Il part de Place aux Herbes (C), prend l'**impasse des Roses** ⑤ vers le sud et atteint Carrefour du Moulin (D).
2. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (B).
3. Il prend dans la **rue du Stade** ④, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (H).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (D).
5. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑥, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (E).
6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ①, vers le nord, jusqu'à Place Sainte-Croix (A).
7. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (F).
8. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (E).
9. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑪, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (I).
10. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (D).
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑦, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (G).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (I).
13. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (F).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.