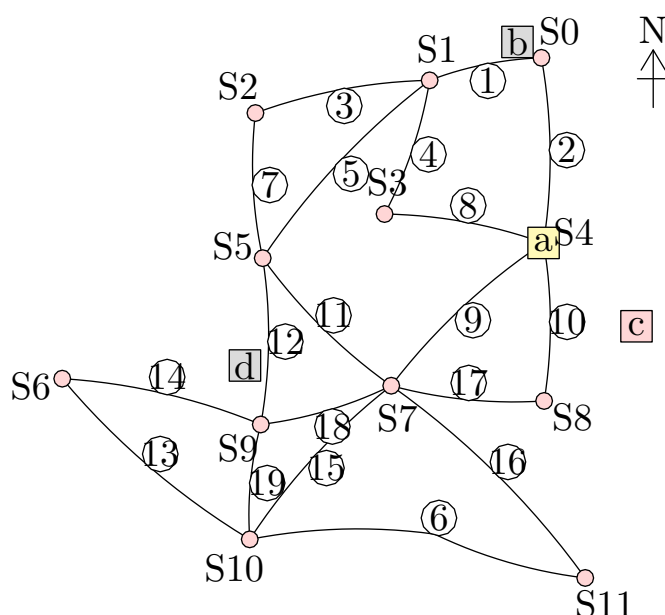




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Pont	⑪ allée des Tilleuls	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② allée des Peupliers	⑫ chemin Creux	S1 Rond-point du Pont	b l'église
③ rue Neuve	⑬ rue du Puits	S2 Coin du Lavoir	c la boulangerie
④ chemin du Lavoir	⑭ chemin de Ronde	S3 Place du Marché	d le stade
⑤ rue Haute	⑮ avenue de la Gare	S4 Carrefour des Tilleuls	
⑥ rue du Moulin	⑯ rue Verte	S5 Carrefour du Moulin	
⑦ rue de la Mairie	⑰ rue des Écoles	S6 Place aux Herbes	
⑧ rue du Four	⑱ rue Basse	S7 Carrefour du Lavoir	
⑨ boulevard du Parc	⑲ passage du Marché	S8 Place du Vieux-Puits	
⑩ sentier des Prés		S9 Rond-point de la Poste	
		S10 Carrefour de la Mairie	
		S11 Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°255

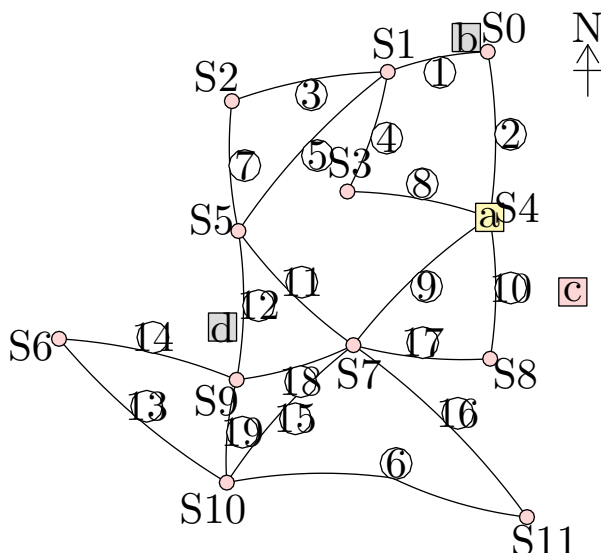


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	4	2	2	4	4	2	6	2	4	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°255



EULC0255

Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls (S4), prend l'allée des Peupliers ② vers le nord et atteint Fontaine Notre-Dame (S0).
2. Il tourne à gauche dans la rue du Pont ①, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S1).
3. Il continue tout droit dans la rue Neuve ③, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (S2).
4. Il tourne à gauche dans la rue de la Mairie ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (S5).
5. Il tourne à gauche dans la rue Haute ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S1).
6. Il tourne à droite dans le chemin du Lavoir ④, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S3).
7. Il tourne à gauche dans la rue du Four ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
8. Il tourne à droite dans le boulevard du Parc ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S7).
9. Il tourne à droite dans l'allée des Tilleuls ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S5).
10. Il prend dans le chemin Creux ⑫, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (S9).
11. Il tourne à droite dans le chemin de Ronde ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (S6).
12. Il tourne à gauche dans la rue du Puits ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
13. Il tourne à gauche dans la rue du Moulin ⑥, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S11).
14. Il tourne à gauche dans la rue Verte ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S7).
15. Il tourne à gauche dans l'avenue de la Gare ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
16. Il tourne à droite dans le passage du Marché ⑰, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S9).
17. Il tourne à droite dans la rue Basse ⑱, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S7).
18. Il tourne à droite dans la rue des Écoles ⑰, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S8).
19. Il tourne à gauche dans le sentier des Prés ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.