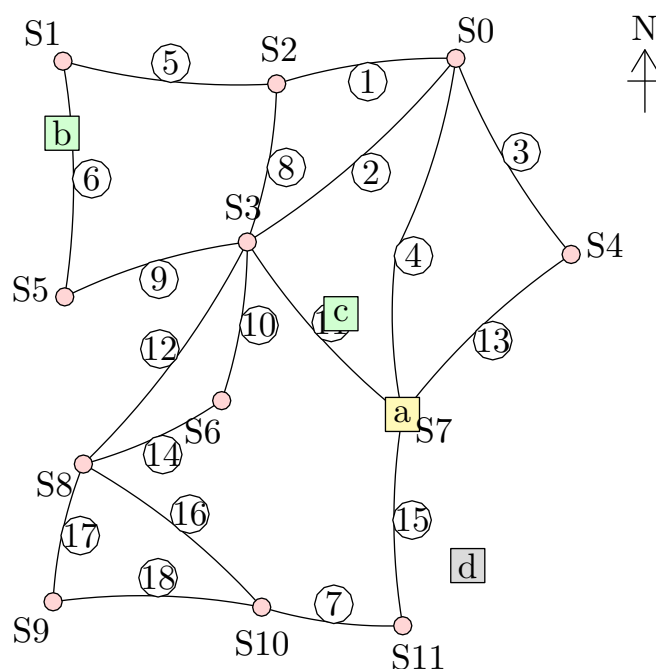


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑩ boulevard du Parc	S0 Rond-point des Vaches	a la poste
② sentier des Prés	⑪ rue Neuve	S1 Place du Vieux-Puits	b la salle des fêtes
③ rue des Lilas	⑫ rue du Pont	S2 Carrefour du Moulin	c la mairie
④ rue du Moulin	⑬ venelle du Chat	S3 Carrefour de la Mairie	d le stade
⑤ rue du Stade	⑭ rue de l'Église	S4 Place aux Herbes	
⑥ rue du Puits	⑮ rue des Écoles	S5 Place de la Fontaine	
⑦ rue de la Mairie	⑯ allée des Tilleuls	S6 Fontaine Notre-Dame	
⑧ allée des Peupliers	⑰ chemin du Lavoir	S7 Carrefour Saint-Roch	
⑨ rue Verte	⑱ rue de la Poste	S8 Carrefour des Tilleuls	
		S9 Place des Tanneurs	
		S10 Carrefour de l'Hôpital	
		S11 Place Sainte-Croix	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°256

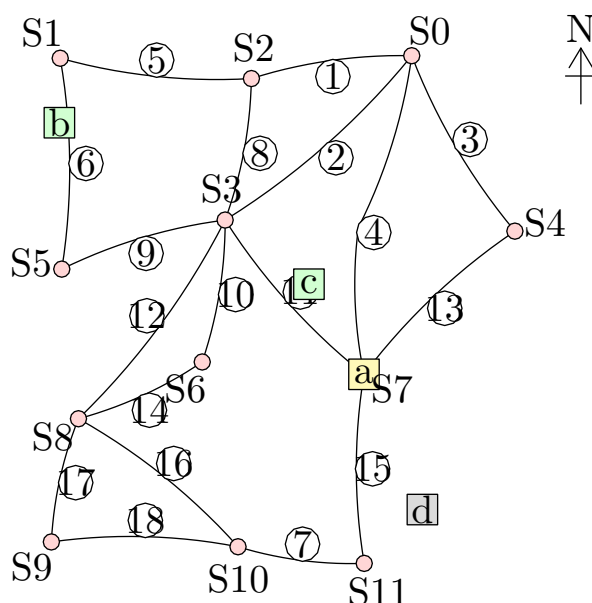


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	4	2	3	6	2	2	2	4	4	2	3	2
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S2, S10 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S7**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S2 et S10 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S7**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S2 à S10. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°256



Ce parcours, en partant de S2 :

1. Il part de Carrefour du Moulin (**S2**), prend le **passage du Marché** ① vers l'est et atteint Rond-point des Vaches (**S0**).
2. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S3**).
3. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S2**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S1**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑥, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**S5**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S3**).
7. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑩, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S6**).
8. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S8**).
9. Il prend dans la **rue du Pont** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S3**).
10. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S7**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ④, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S0**).
12. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ③, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes (**S4**).
13. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S7**).
14. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ⑮, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S11**).
15. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S10**).
16. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S8**).
17. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑰, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**S9**).
18. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑱, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S10**).