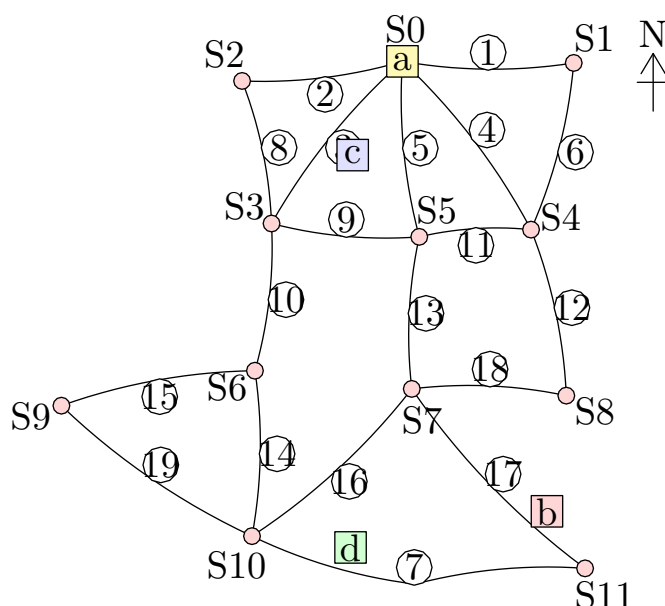


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin Creux	⑪ sentier des Prés	S0 Rond-point de la Poste	a la poste
② venelle du Chat	⑫ allée des Tilleuls	S1 Place du Marché	b le marché couvert
③ rue Verte	⑬ rue de l'Église	S2 Place du Vieux-Puits	c l'école
④ rue des Écoles	⑭ rue du Moulin	S3 Carrefour des Tilleuls	d la mairie
⑤ rue du Stade	⑮ chemin des Vignes	S4 Rond-point du Pont	
⑥ quai aux Fleurs	⑯ chemin de Ronde	S5 Rond-point du Stade	
⑦ rue des Jardins	⑰ rue de la Mairie	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ allée des Peupliers	⑱ rue Neuve	S7 Carrefour du Moulin	
⑨ rue du Four	⑲ boulevard du Parc	S8 Coin du Lavoir	
⑩ rue Pasteur		S9 Place de la Fontaine	
		S10 Carrefour de la Mairie	
		S11 Place des Tanneurs	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

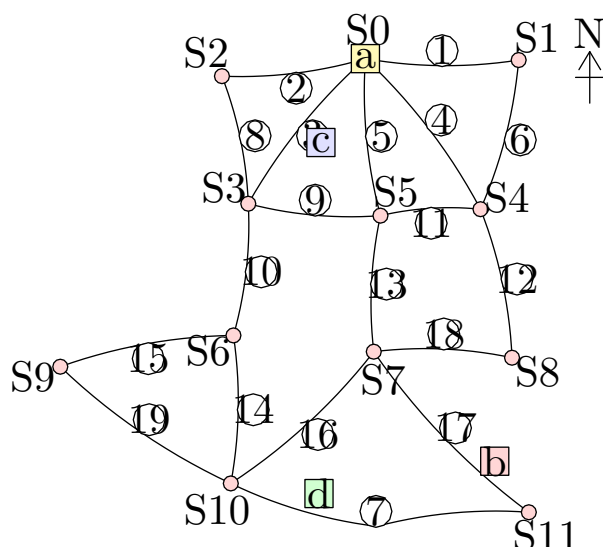
Problème — Fiche n°257



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	5	2	2	4	4	4	3	4	2	2	4	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S6 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S0**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S0 et S6, et la poste est justement sur l'un des deux (S0). Il part donc de la poste et termine en S6, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Poste (S0), prend le **chemin Creux** ① vers l'est et atteint Place du Marché (S1).
2. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
3. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S0).
4. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ②, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S2).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S3).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ③, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S0).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (S5).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S3).
9. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑩, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
10. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑭, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
11. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (S11).
12. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S7).
13. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑬, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (S5).
14. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (S4).
15. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑫, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (S8).
16. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S7).
17. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑯, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S10).
18. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑲, vers le nord-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S9).
19. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑮, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S0 ou en S6 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.