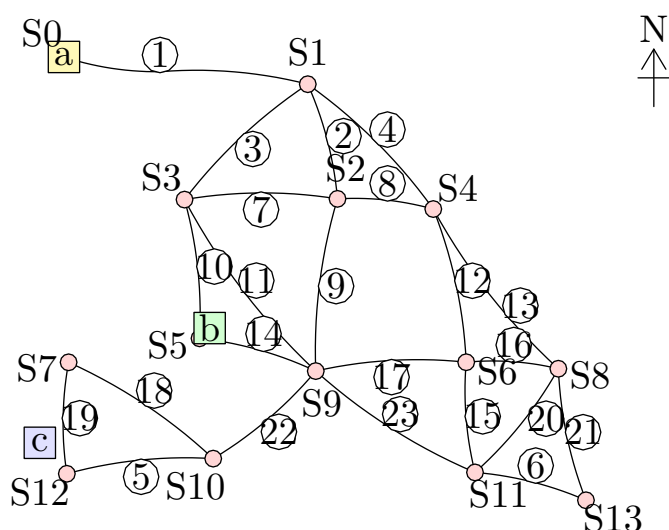


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse des Roses	⑬ chemin de Ronde	S0 Place du Vieux-Puits	a la poste
② allée des Tilleuls	⑭ rue Basse	S1 Rond-point du Pont	b la gendarmerie
③ rue du Pont	⑮ passage du Marché	S2 Carrefour des Tilleuls	c l'école
④ venelle du Chat	⑯ rue Haute	S3 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑤ chemin des Vignes	⑰ rue des Jardins	S4 Carrefour de l'Hôpital	
⑥ boulevard du Parc	⑱ rue du Stade	S5 Coin du Lavoir	
⑦ sentier des Prés	⑲ rue du Puits	S6 Rond-point du Stade	
⑧ rue des Écoles	⑳ rue de la Poste	S7 Place du Marché	
⑨ chemin Creux	21 rue Pasteur	S8 Carrefour du Lavoir	
⑩ rue Verte	22 allée des Peupliers	S9 Carrefour de la Mairie	
⑪ rue Neuve	23 avenue de la Gare	S10 Rond-point de la Gare	
⑫ quai aux Fleurs		S11 Rond-point de la Poste	
		S12 Placette des Ormes	
		S13 Place des Tanneurs	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

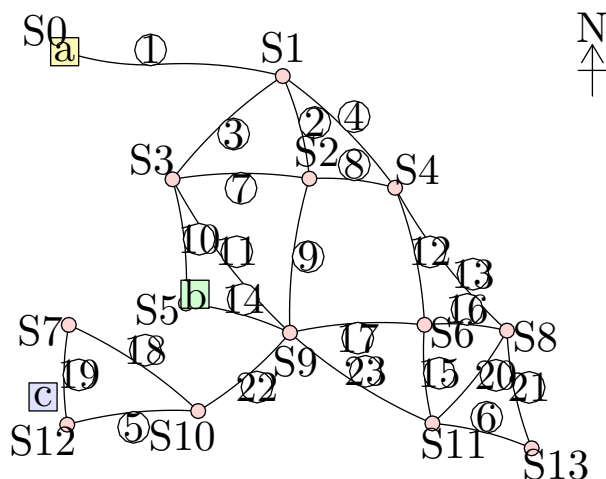
Problème — Fiche n°26



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	1	4	4	4	4	2	4	2	4	6	3	4	2	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $46 = 2 \times 23$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S10 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S0**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S0 et S10, et la poste est justement sur l'un des deux (S0). Il part donc de la poste et termine en S10, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Place du Vieux-Puits (**S0**), prend l'**impasse des Roses** ① vers l'est et atteint Rond-point du Pont (**S1**).
 2. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S2**).
 3. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
 4. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ③, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S1**).
 5. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ④, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S4**).
 6. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S2**).
 7. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S9**).
 8. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
 9. Il prend dans la **rue Verte** ⑩, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**S5**).
 10. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑭, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S9**).
 11. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑰, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
 12. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S4**).
 13. Il prend dans le **chemin de Ronde** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S8**).
 14. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑯, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
 15. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑮, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S11**).
 16. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑥, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**S13**).
 17. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** 21, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S8**).
 18. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑳, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**S11**).
 19. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** 23, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S9**).
 20. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** 22, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S10**).
 21. Il continue tout droit dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**S12**).
 22. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑱, vers le nord, jusqu'à Place du Marché (**S7**).
 23. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑱, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S10**).
- 4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S0 ou en S10 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.