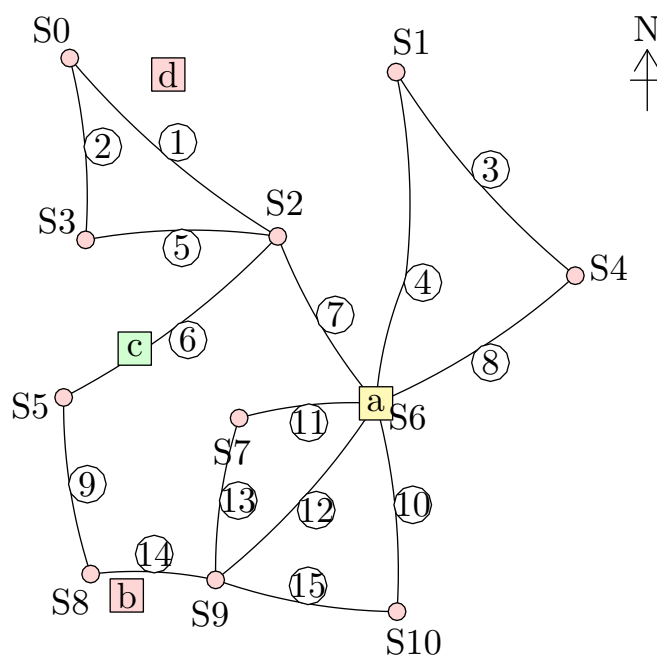




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Puits	⑨ rue des Écoles	S0 Place Sainte-Croix	a la poste
② allée des Peupliers	⑩ quai aux Fleurs	S1 Place du Marché	b le lavoir
③ rue Verte	⑪ rue du Four	S2 Carrefour Saint-Roch	c la mairie
④ sentier des Prés	⑫ allée des Tilleuls	S3 Place du Vieux-Puits	d la pharmacie
⑤ avenue de la Gare	⑬ rue Pasteur	S4 Fontaine Notre-Dame	
⑥ chemin du Lavoir	⑭ rue des Lilas	S5 Place aux Herbes	
⑦ rue Neuve	⑮ rue des Jardins	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ rue du Moulin		S7 Place de l'Église	
		S8 Place des Tanneurs	
		S9 Carrefour de l'Hôpital	
		S10 Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

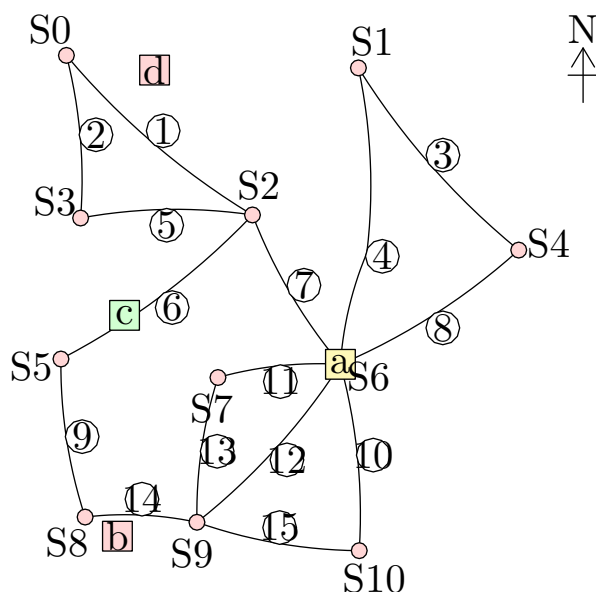
Problème — Fiche n°260



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	2	4	2	2	2	6	2	2	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°260



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (S6), prend le **sentier des Prés** ④ vers le nord et atteint Place du Marché (S1).
2. Il prend dans la **rue Verte** ③, vers le sud-est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S4).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
4. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S2).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (S0).
6. Il prend dans l'**allée des Peupliers** ②, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S3).
7. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S2).
8. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (S5).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (S8).
10. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑭, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
11. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
12. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑩, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (S10).
13. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
14. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑬, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église (S7).
15. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.