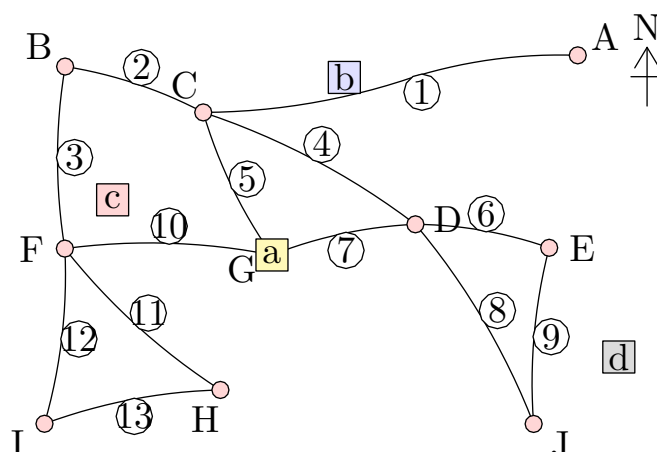




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse Verte	⑧ rue Basse	Ⓐ Place aux Herbes	a la poste
② rue Pasteur	⑨ quai aux Fleurs	Ⓑ Coin du Lavoir	b l'école
③ chemin de Ronde	⑩ rue Haute	Ⓒ Carrefour des Tilleuls	c la pharmacie
④ rue de la Poste	⑪ boulevard du Parc	Ⓓ Rond-point de la Poste	d le cimetière
⑤ rue des Jardins	⑫ rue du Moulin	Ⓔ Place des Tanneurs	
⑥ rue Neuve	⑬ rue Verte	Ⓕ Carrefour Saint-Roch	
⑦ rue des Écoles		Ⓖ Rond-point de la Gare	
		Ⓗ Place du Vieux-Puits	
		Ⓘ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓙ Placette des Ormes	

Légende du plan

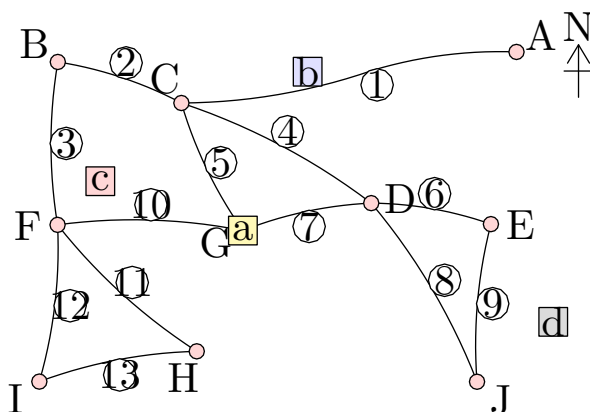
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	1	2	4	4	2	4	3	2	2	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et G, et la poste est justement sur l'un des deux (G). Il part donc de la poste et termine en A, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°261



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Gare (**G**), prend la **rue des Jardins** ⑤ vers le nord-ouest et atteint Carrefour des Tilleuls (**C**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ②, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**B**).
3. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).
4. Il continue tout droit dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**H**).
5. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**I**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).
7. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑩, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**G**).
8. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ⑦, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**D**).
9. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ⑥, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**E**).
10. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**J**).
11. Il prend dans la **rue Basse** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**D**).
12. Il continue tout droit dans la **rue de la Poste** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).
13. Il prend dans l'**impasse Verte** ①, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (**A**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.