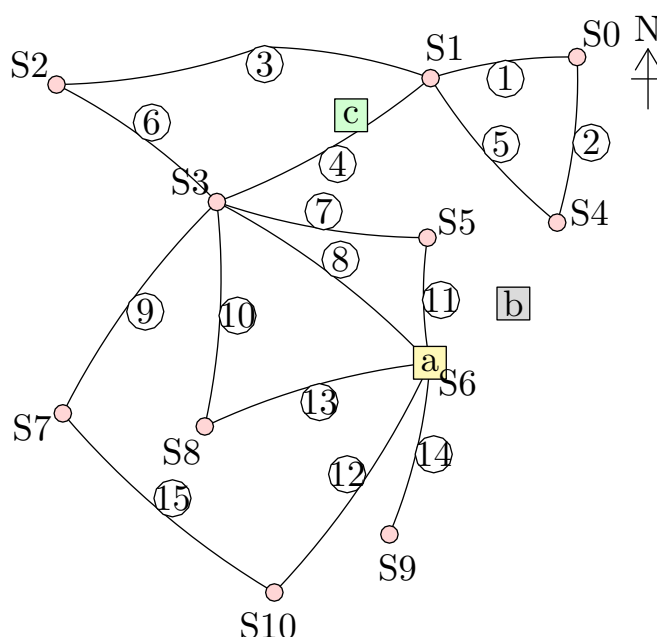


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑨ allée des Peupliers	S0 Place du Vieux-Puits	a la poste
② chemin des Vignes	⑩ chemin de Ronde	S1 Carrefour de la Mairie	b le cimetière
③ chemin du Lavoir	⑪ rue de la Poste	S2 Placette des Ormes	c la salle des fêtes
④ rue Haute	⑫ quai aux Fleurs	S3 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑤ sentier des Prés	⑬ rue des Écoles	S4 Place des Tanneurs	
⑥ chemin Creux	⑭ impasse des Cerisiers	S5 Place de la Fontaine	
⑦ rue Verte	⑮ rue de l'Église	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ rue du Stade		S7 Place du Marché	
		S8 Place de l'Église	
		S9 Place Sainte-Croix	
		S10 Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

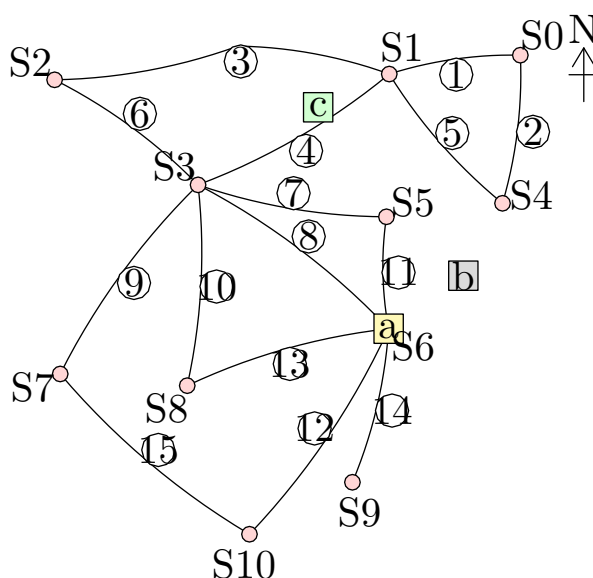
Problème — Fiche n°262



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	2	4	2	6	2	2	5	2	2	1	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S6, S9 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S6 et S9, et la poste est justement sur l'un des deux (S6). Il part donc de la poste et termine en S9, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°262



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point des Vaches (**S6**), prend la **rue du Stade** ⑧ vers le nord-ouest et atteint Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ④, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S1**).
3. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ①, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S0**).
4. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ②, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**S4**).
5. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S1**).
6. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ③, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**S2**).
7. Il prend dans le **chemin Creux** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
8. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (**S5**).
9. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑪, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
10. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**S10**).
11. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑮, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Marché (**S7**).
12. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S3**).
13. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**S8**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑬, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S6**).
15. Il tourne à droite dans l'**impasse des Cerisiers** ⑭, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S9**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S6 ou en S9 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.