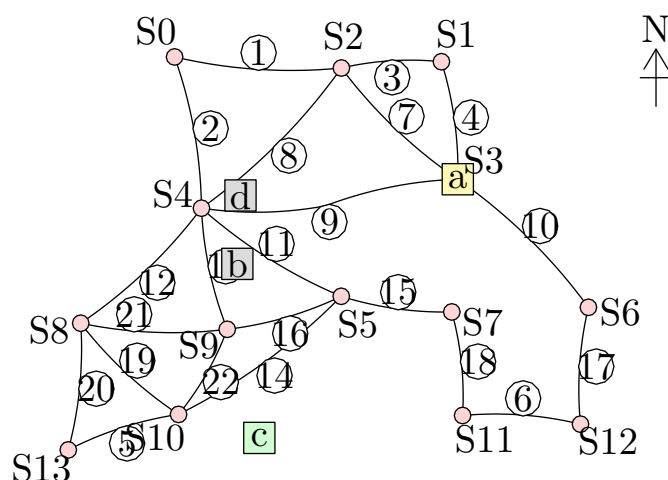


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Peupliers	⑫ rue Pasteur	S0 Place de l'Église	a la poste
② chemin du Lavoir	⑬ boulevard du Parc	S1 Place Sainte-Croix	b le cimetière
③ rue de la Mairie	⑭ passage du Marché	S2 Rond-point du Stade	c la salle des fêtes
④ rue des Écoles	⑮ rue de la Poste	S3 Rond-point du Pont	d le stade
⑤ chemin Creux	⑯ chemin de Ronde	S4 Carrefour du Moulin	
⑥ rue du Moulin	⑰ rue Haute	S5 Carrefour du Lavoir	
⑦ rue du Stade	⑱ rue du Pont	S6 Place des Tanneurs	
⑧ quai aux Fleurs	⑲ rue Verte	S7 Coin du Lavoir	
⑨ rue des Jardins	⑳ rue Neuve	S8 Rond-point des Vaches	
⑩ rue des Lilas	21 avenue de la Gare	S9 Carrefour Saint-Roch	
⑪ venelle du Chat	22 rue du Four	S10 Rond-point de la Poste	
		S11 Place de la Fontaine	
		S12 Placette des Ormes	
		S13 Fontaine Notre-Dame	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°265

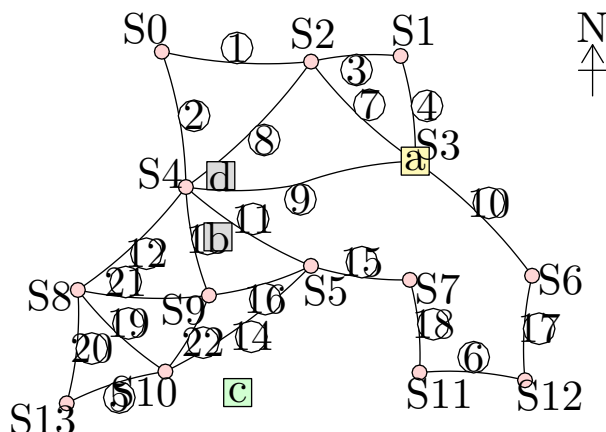


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	2	4	4	6	4	2	2	4	4	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $44 = 2 \times 22$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S3**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Pont (S3), prend la **rue des Écoles** ④ vers le nord et atteint Place Sainte-Croix (S1).
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ③, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
3. Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (S0).
4. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
5. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (S2).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
7. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
8. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
9. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S10).
10. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S13).
11. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑳, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (S8).
12. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
13. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑬, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S9).
14. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** 21, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S8).
15. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑰, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S10).
16. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** 22, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S9).
17. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S5).
18. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑮, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (S7).
19. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑱, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (S11).
20. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑥, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (S12).
21. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑰, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs (S6).
22. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.