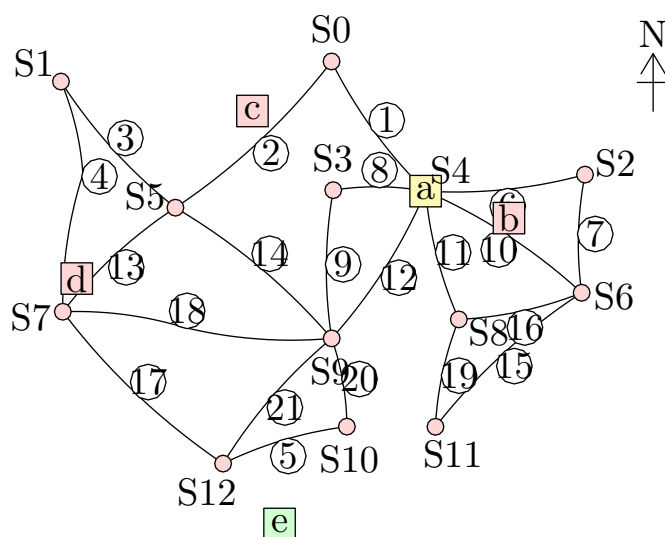


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Jardins	⑫ chemin Creux	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② allée des Tilleuls	⑬ rue Verte	S1 Placette des Ormes	b la pharmacie
③ rue Neuve	⑭ boulevard du Parc	S2 Place du Vieux-Puits	c le marché couvert
④ rue Haute	⑮ avenue de la Gare	S3 Place Sainte-Croix	d le lavoir
⑤ chemin des Vignes	⑯ quai aux Fleurs	S4 Carrefour du Lavoir	e la gendarmerie
⑥ passage du Marché	⑰ venelle du Chat	S5 Rond-point des Vaches	
⑦ rue du Puits	⑱ rue des Lilas	S6 Carrefour de la Mairie	
⑧ rue du Stade	⑲ rue des Écoles	S7 Rond-point de la Gare	
⑨ allée des Peupliers	⑳ rue de l'Église	S8 Rond-point du Stade	
⑩ rue de la Mairie	21 chemin du Lavoir	S9 Carrefour des Tilleuls	
⑪ chemin de Ronde		S10 Place aux Herbes	
		S11 Place de la Fontaine	
		S12 Carrefour de l'Hôpital	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°266

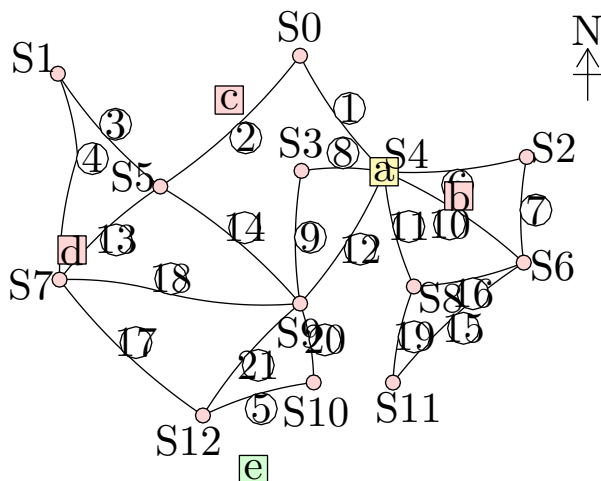


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Nombre de rues	2	2	2	2	6	4	4	4	3	6	2	2	3
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $42 = 2 \times 21$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S8, S12 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S4**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S8 et S12 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S4**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S8 à S12. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



Ce parcours, en partant de S8 :

1. Il part de Rond-point du Stade (S8), prend le **chemin de Ronde** ⑪ vers le nord et atteint Carrefour du Lavoir (S4).
2. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S0).
3. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S5).
4. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S1).
5. Il prend dans la **rue Haute** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S5).
7. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S9).
8. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers le nord, jusqu'à Place Sainte-Croix (S3).
9. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S4).
10. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑥, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S2).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S6).
12. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine (S11).
13. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑰, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (S8).
14. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S6).
15. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S4).
16. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S9).
17. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S7).
18. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑰, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S12).
19. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place aux Herbes (S10).
20. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑳, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S9).
21. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** 21, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S12).