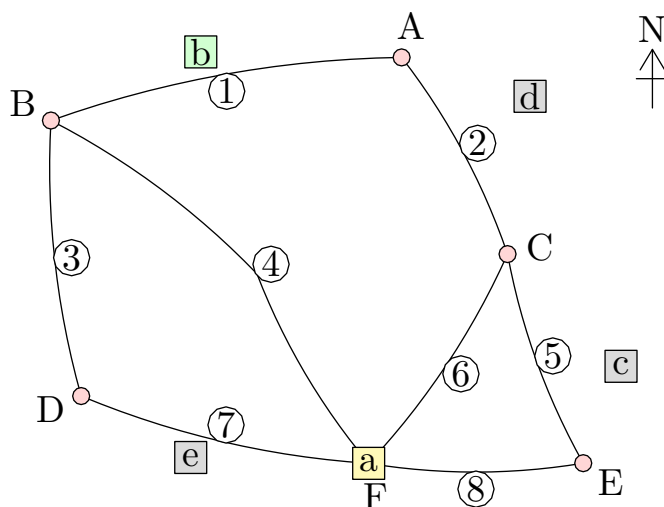




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues            |                     | Les carrefours           | Les bâtiments         |
|---------------------|---------------------|--------------------------|-----------------------|
| ① chemin de Ronde   | ⑤ chemin des Vignes | Ⓐ Coin du Lavoir         | <b>a</b> la poste     |
| ② passage du Marché | ⑥ rue du Moulin     | Ⓑ Rond-point du Stade    | <b>b</b> la mairie    |
| ③ boulevard du Parc | ⑦ venelle du Chat   | Ⓒ Carrefour des Tilleuls | <b>c</b> le gymnase   |
| ④ rue des Jardins   | ⑧ rue Pasteur       | Ⓓ Placette des Ormes     | <b>d</b> le cimetière |
|                     |                     | Ⓔ Place des Tanneurs     | <b>e</b> le stade     |
|                     |                     | Ⓕ Carrefour Saint-Roch   |                       |

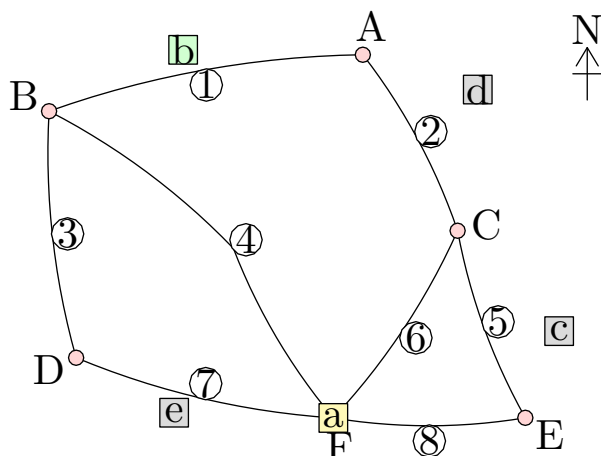
### Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A    | B      | C      | D    | E    | F    |
|----------------|------|--------|--------|------|------|------|
| Nombre de rues | 2    | 3      | 3      | 2    | 2    | 4    |
| Parité         | pair | impair | impair | pair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $16 = 2 \times 8$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, C — il y en a 2.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Non. Deux carrefours sont impairs, B et C : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.**

Or la poste est en **F**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

**Oui, une tournée existe — mais elle va de B à C. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.**



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°272



---

Ce parcours, en partant de B :

1. Il part de Rond-point du Stade (**B**), prend le **chemin de Ronde** ① vers l'est et atteint Coin du Lavoir (**A**).
2. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).
3. Il continue tout droit dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (**E**).
4. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).
5. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**B**).
6. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ③, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**D**).
7. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**F**).
8. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).