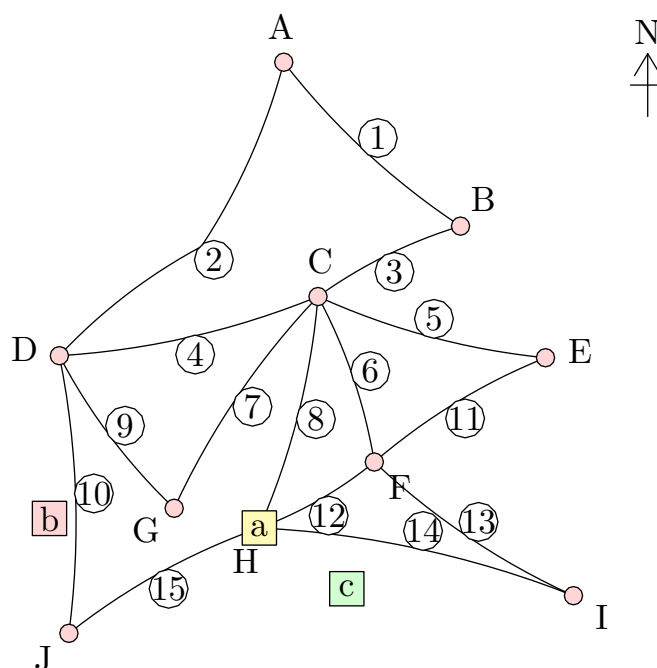


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① quai aux Fleurs	⑨ rue de la Poste	Ⓐ Place aux Herbes	a la poste
② sentier des Prés	⑩ venelle du Chat	Ⓑ Coin du Lavoir	b la boulangerie
③ rue Basse	⑪ rue du Four	Ⓒ Carrefour des Tilleuls	c la salle des fêtes
④ rue du Pont	⑫ rue du Moulin	Ⓓ Rond-point de la Gare	
⑤ rue du Puits	⑬ rue des Jardins	Ⓔ Place des Tanneurs	
⑥ rue du Stade	⑭ boulevard du Parc	Ⓕ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑦ avenue de la Gare	⑮ allée des Tilleuls	Ⓖ Fontaine Notre-Dame	
⑧ rue des Lilas		Ⓗ Carrefour de la Mairie	
		Ⓘ Placette des Ormes	
		Ⓙ Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

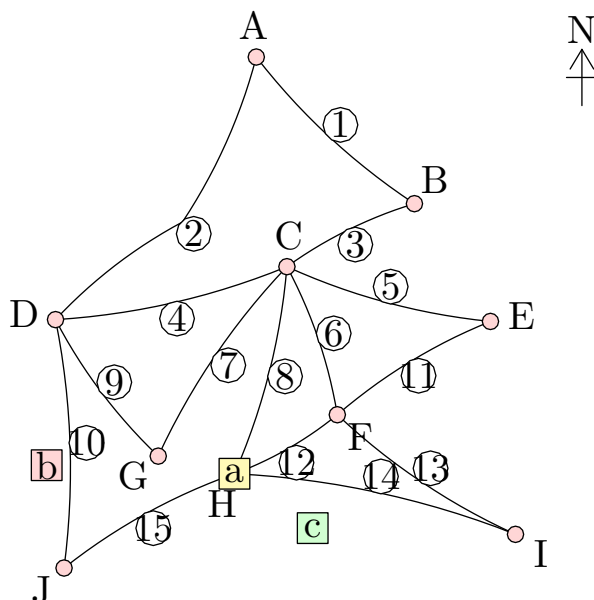
Problème — Fiche n°275



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	6	4	2	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°275



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (**H**), prend la **rue des Lilas** ⑧ vers le nord et atteint Carrefour des Tilleuls (**C**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ③, vers le nord-est, jusqu'à Coin du Lavoir (**B**).
3. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ①, vers le nord-ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**A**).
4. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ②, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ④, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**E**).
7. Il prend dans la **rue du Four** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**F**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑥, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).
9. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**G**).
10. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
11. Il prend dans la **venelle du Chat** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**J**).
12. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).
13. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**F**).
14. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**I**).
15. Il prend dans le **boulevard du Parc** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.