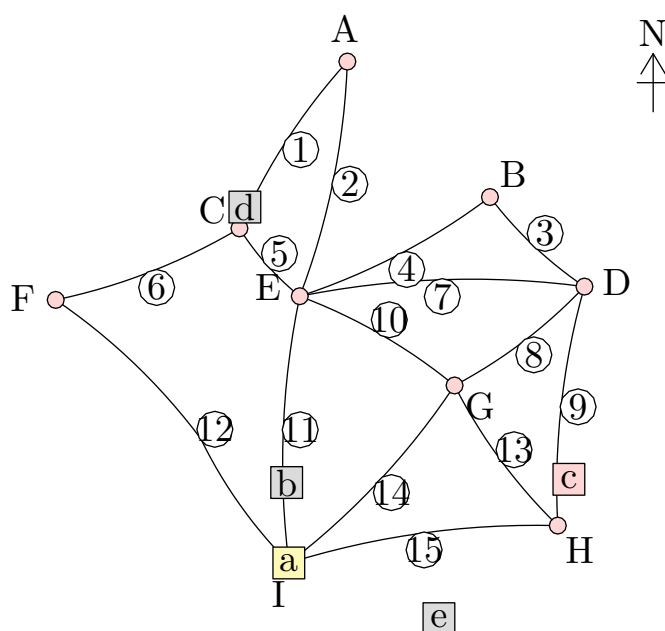




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑨ rue Pasteur	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue des Lilas	⑩ rue Neuve	Ⓑ Placette des Ormes	b le cimetière
③ chemin du Lavoir	⑪ chemin des Vignes	Ⓒ Carrefour du Lavoir	c la boulangerie
④ rue de la Poste	⑫ rue de la Mairie	Ⓓ Rond-point de la Poste	d le gymnase
⑤ rue du Stade	⑬ rue Verte	Ⓔ Rond-point de la Gare	e le stade
⑥ rue du Pont	⑭ rue des Écoles	Ⓕ Coin du Lavoir	
⑦ quai aux Fleurs	⑮ boulevard du Parc	Ⓖ Rond-point du Pont	
⑧ avenue de la Gare		Ⓗ Carrefour de la Mairie	
		Ⓘ Carrefour des Tilleuls	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

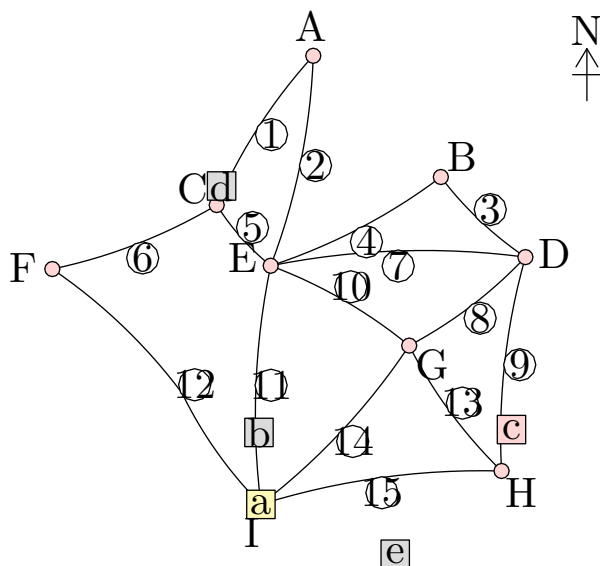
Problème — Fiche n°276



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	3	4	6	2	4	3	4
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **I**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, C et H : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **I**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de C à H. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°276



Ce parcours, en partant de C :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (C), prend la **rue du Four** ① vers le nord-est et atteint Place de l'Église (A).
2. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (E).
3. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ④, vers le nord-est, jusqu'à Placette des Ormes (B).
4. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
5. Il prend dans le **quai aux Fleurs** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (E).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (C).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (F).
8. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (I).
9. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑪, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (E).
10. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont (G).
11. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (D).
12. Il prend dans la **rue Pasteur** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (H).
13. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (G).
14. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (I).
15. Il prend dans le **boulevard du Parc** ⑮, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (H).