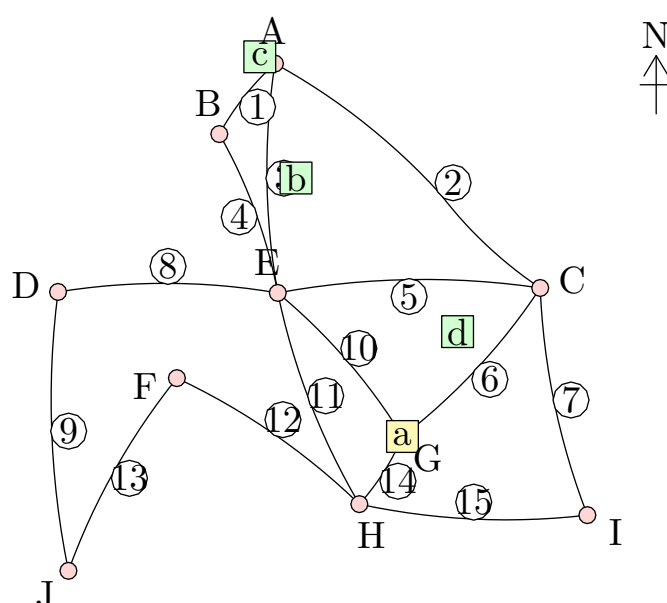




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① passage du Marché	⑨ rue du Four	Ⓐ Carrefour Saint-Roch	a la poste
② rue du Stade	⑩ allée des Tilleuls	Ⓑ Place Sainte-Croix	b la bibliothèque
③ rue Neuve	⑪ rue des Jardins	Ⓒ Rond-point des Vaches	c la mairie
④ quai aux Fleurs	⑫ rue du Puits	Ⓓ Place aux Herbes	d la salle des fêtes
⑤ boulevard du Parc	⑬ chemin des Vignes	Ⓔ Rond-point de la Gare	
⑥ rue des Lilas	⑭ rue Basse	Ⓕ Place de l'Église	
⑦ rue du Pont	⑮ rue des Écoles	Ⓖ Carrefour de la Mairie	
⑧ rue de la Poste		Ⓗ Rond-point de la Poste	
		Ⓘ Place du Vieux-Puits	
		Ⓙ Fontaine Notre-Dame	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

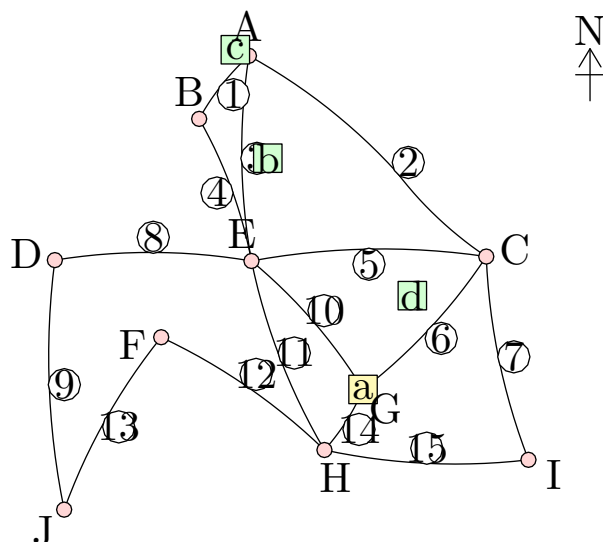
Problème — Fiche n°277



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	3	2	4	2	6	2	3	4	2	2
Parité	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et G, et la poste est justement sur l'un des deux (G). Il part donc de la poste et termine en A, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°277



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de la Mairie (**G**), prend la **rue des Lilas** ⑥ vers le nord-est et atteint Rond-point des Vaches (**C**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ②, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**A**).
3. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**B**).
4. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**E**).
5. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑤, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**I**).
7. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**H**).
8. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑪, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (**E**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**D**).
10. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑨, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**J**).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Place de l'Église (**F**).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**H**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**G**).
14. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**E**).
15. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ③, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**A**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.