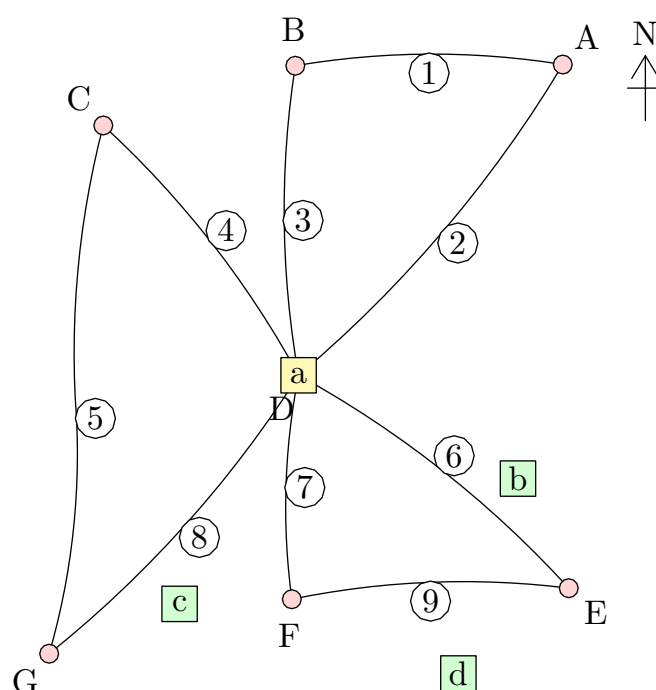




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Jardins	⑥ rue du Four	Ⓐ Place de la Fontaine	a la poste
② rue du Moulin	⑦ quai aux Fleurs	Ⓑ Place du Vieux-Puits	b la salle des fêtes
③ allée des Peupliers	⑧ rue Haute	Ⓒ Coin du Lavoir	c la bibliothèque
④ rue de la Mairie	⑨ rue du Pont	Ⓓ Carrefour des Tilleuls	d la gendarmerie
⑤ chemin du Lavoir		Ⓔ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓕ Place des Tanneurs	
		Ⓖ Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°280

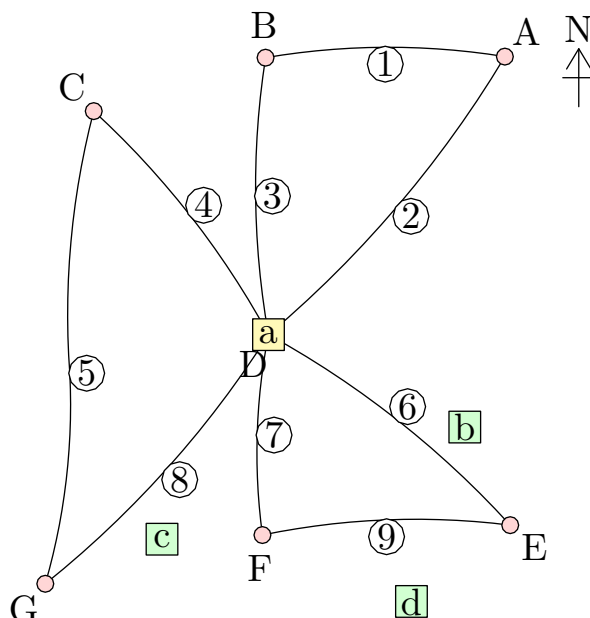


-
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	2	2	2	6	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $18 = 2 \times 9$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°280



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls (**D**), prend la **rue du Moulin** ② vers le nord-est et atteint Place de la Fontaine (**A**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**B**).
3. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**D**).
4. Il prend dans la **rue de la Mairie** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**C**).
5. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église (**G**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**D**).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**E**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (**F**).
9. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑦, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**D**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.