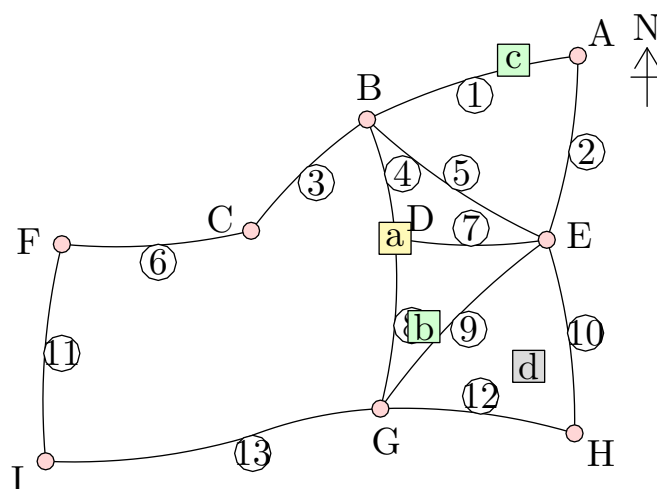




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑧ chemin de Ronde	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue Verte	⑨ rue Basse	Ⓑ Rond-point de la Gare	b la mairie
③ allée des Tilleuls	⑩ quai aux Fleurs	Ⓒ Placette des Ormes	c la salle des fêtes
④ rue du Moulin	⑪ rue du Puits	Ⓓ Carrefour Saint-Roch	d le cimetière
⑤ rue des Lilas	⑫ rue des Jardins	Ⓔ Carrefour des Tilleuls	
⑥ rue Haute	⑬ avenue de la Gare	Ⓕ Place du Vieux-Puits	
⑦ chemin des Vignes		Ⓖ Carrefour de la Mairie	
		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓘ Place de la Fontaine	

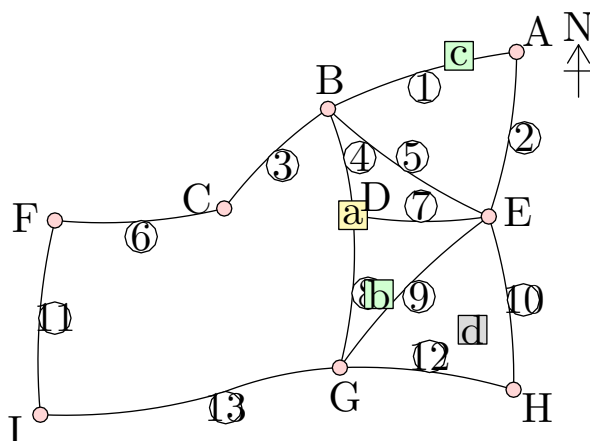
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	4	2	3	5	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en D, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, D et E, et la poste est justement sur l'un des deux (D). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°287



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour Saint-Roch (**D**), prend la **rue du Moulin** ④ vers le nord et atteint Rond-point de la Gare (**B**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ①, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (**A**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**E**).
4. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**B**).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**F**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**I**).
8. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**G**).
9. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**D**).
10. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**E**).
11. Il prend dans la **rue Basse** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**G**).
12. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑫, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**H**).
13. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑩, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**E**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en D ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.