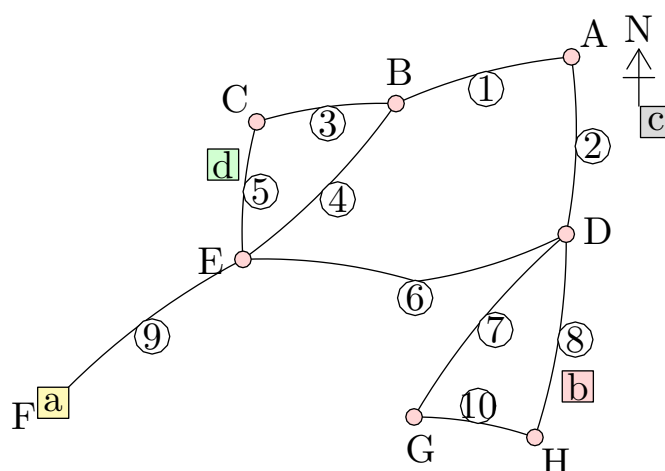


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① venelle du Chat	⑥ rue Verte	(A) Place du Vieux-Puits	a la poste
② quai aux Fleurs	⑦ chemin des Vignes	(B) Carrefour Saint-Roch	b le lavoir
③ rue Pasteur	⑧ rue des Écoles	(C) Place de l'Église	c le cimetière
④ rue du Puits	⑨ impasse du Vieux-Four	(D) Rond-point du Stade	d la salle des fêtes
⑤ rue de l'Église	⑩ rue du Stade	(E) Carrefour du Moulin	
		(F) Place des Tanneurs	
		(G) Place de la Fontaine	
		(H) Coin du Lavoir	

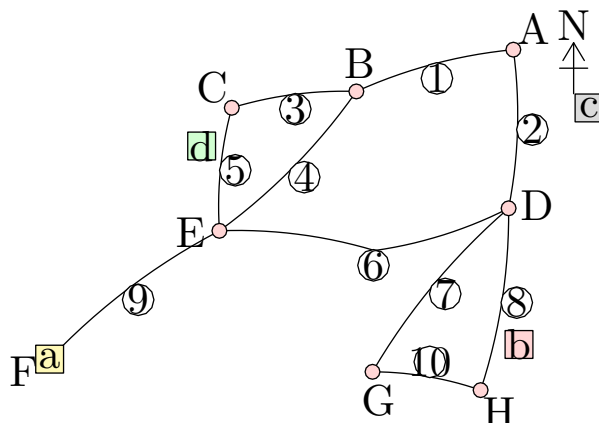
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	2	3	2	4	4	1	2	2
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, B et F, et la poste est justement sur l'un des deux (F). Il part donc de la poste et termine en B, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°291



Voici une tournée possible :

1. Il part de Place des Tanneurs **(F)**, prend l'**impasse du Vieux-Four** ⑨ vers le nord-est et atteint Carrefour du Moulin **(E)**.
2. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ④, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(B)**.
3. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ①, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(A)**.
4. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade **(D)**.
5. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑦, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de la Fontaine **(G)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑩, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir **(H)**.
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑧, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade **(D)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(E)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑤, vers le nord, jusqu'à Place de l'Église **(C)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ③, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch **(B)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en B ou en F : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.