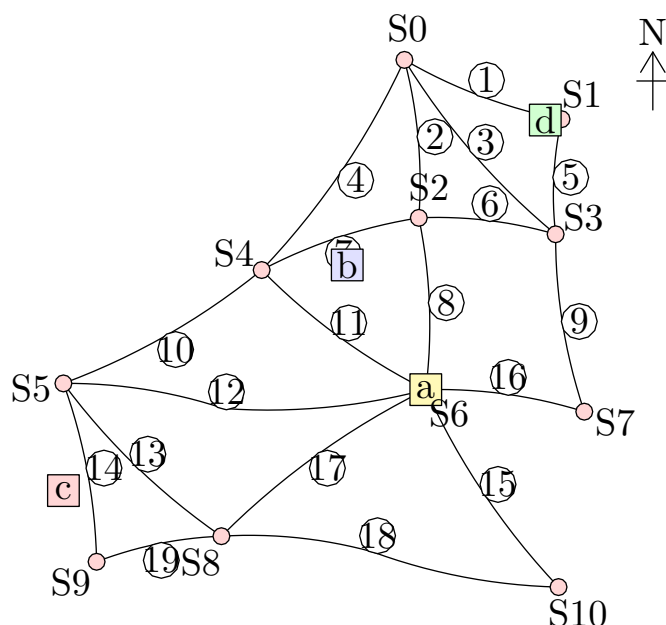


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Puits	⑪ rue Verte	S0 Carrefour de l'Hôpital	a la poste
② rue du Pont	⑫ venelle du Chat	S1 Place de l'Église	b l'école
③ avenue de la Gare	⑬ chemin Creux	S2 Carrefour de la Mairie	c le lavoir
④ boulevard du Parc	⑭ rue du Stade	S3 Carrefour Saint-Roch	d la mairie
⑤ chemin de Ronde	⑮ rue des Jardins	S4 Carrefour des Tilleuls	
⑥ rue du Moulin	⑯ rue des Écoles	S5 Rond-point du Pont	
⑦ rue Neuve	⑰ rue Pasteur	S6 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ chemin des Vignes	⑱ rue de l'Église	S7 Place aux Herbes	
⑨ quai aux Fleurs	⑲ allée des Peupliers	S8 Rond-point de la Gare	
⑩ rue Haute		S9 Fontaine Notre-Dame	
		S10 Place des Tanneurs	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

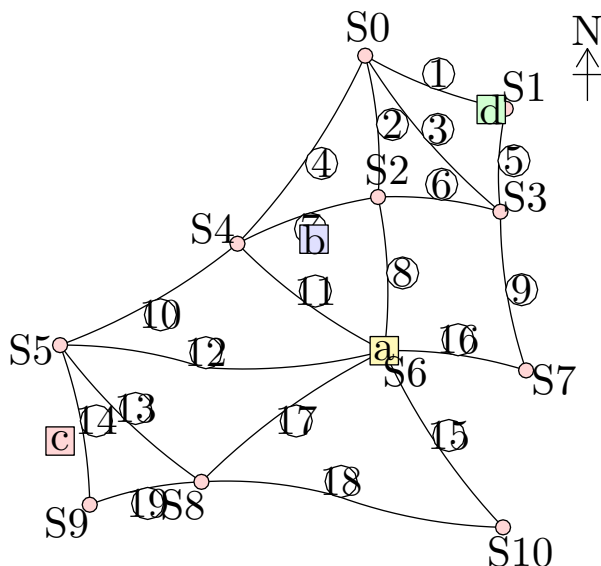
Problème — Fiche n°295



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	4	2	4	4	4	4	6	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $38 = 2 \times 19$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S6**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (S6), prend le **chemin des Vignes** ⑧ vers le nord et atteint Carrefour de la Mairie (S2).
2. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ②, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S0).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ①, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (S1).
4. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑤, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S3).
5. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S0).
6. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
7. Il prend dans la **rue Neuve** ⑦, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S2).
8. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑥, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S3).
9. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (S7).
10. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
11. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S5).
13. Il prend dans la **venelle du Chat** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).
14. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs (S10).
15. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).
16. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S5).
17. Il prend dans la **rue du Stade** ⑰, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S9).
18. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑱, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).
19. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑲, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S6).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.