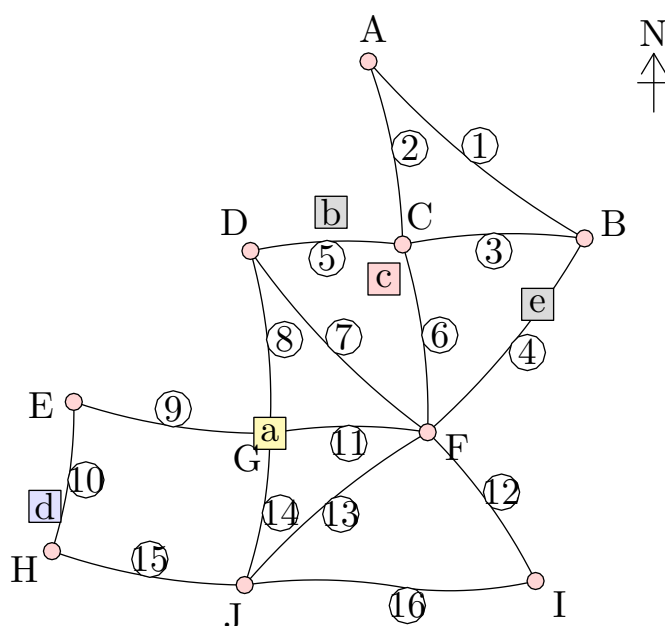


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑨ rue de l'Église	Ⓐ Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue Basse	⑩ rue Haute	Ⓑ Carrefour des Quatre-Chemins	b le cimetière
③ rue Pasteur	⑪ chemin des Vignes	Ⓒ Rond-point des Vaches	c le lavoir
④ rue des Lilas	⑫ boulevard du Parc	Ⓓ Carrefour du Moulin	d l'école
⑤ passage du Marché	⑬ rue de la Mairie	Ⓔ Place du Vieux-Puits	e le stade
⑥ rue du Puits	⑭ rue des Écoles	Ⓕ Carrefour des Tilleuls	
⑦ chemin du Lavoir	⑮ rue du Moulin	Ⓖ Carrefour du Lavoir	
⑧ avenue de la Gare	⑯ rue du Stade	Ⓖ Place aux Herbes	
		Ⓘ Place de l'Église	
		Ⓙ Rond-point du Pont	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

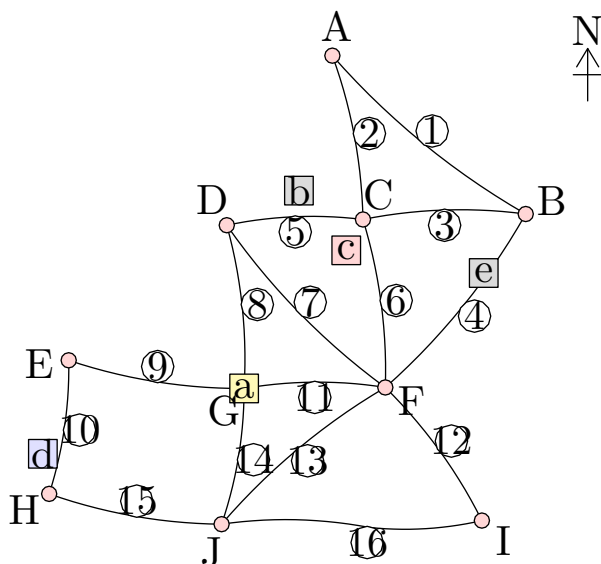
Problème — Fiche n°296



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	3	4	3	2	6	4	2	2	4
Parité	pair	impair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : B, D — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **G**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, B et D : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **G**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de B à D. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°296



Ce parcours, en partant de B :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins **(B)**, prend la **rue du Four** ① vers le nord-ouest et atteint Fontaine Notre-Dame **(A)**.
2. Il prend dans la **rue Basse** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ③, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(B)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ④, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(F)**.
5. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑥, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches **(C)**.
6. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(D)**.
7. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(F)**.
8. Il prend dans le **chemin des Vignes** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(G)**.
9. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(E)**.
10. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes **(H)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑮, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont **(J)**.
12. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(F)**.
13. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église **(I)**.
14. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑯, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(J)**.
15. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑭, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(G)**.
16. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin **(D)**.