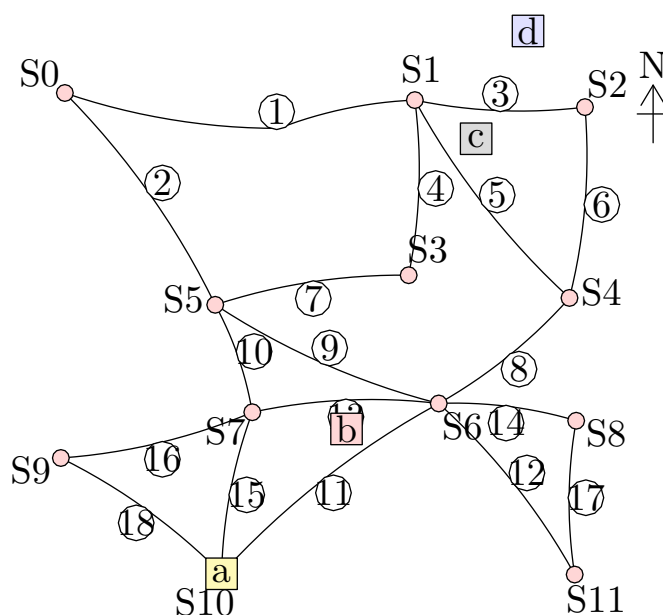




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue des Lilas	⑩ rue Verte	S0 Place du Marché	a la poste
② rue Haute	⑪ rue du Stade	S1 Rond-point du Stade	b le marché couvert
③ rue de l'Église	⑫ allée des Peupliers	S2 Fontaine Notre-Dame	c l'église
④ rue de la Poste	⑬ chemin Creux	S3 Place Sainte-Croix	d l'école
⑤ boulevard du Parc	⑭ rue du Moulin	S4 Rond-point du Pont	
⑥ rue du Four	⑮ chemin du Lavoir	S5 Rond-point des Vaches	
⑦ rue de la Mairie	⑯ sentier des Prés	S6 Carrefour des Tilleuls	
⑧ rue Pasteur	⑰ quai aux Fleurs	S7 Carrefour Saint-Roch	
⑨ rue Neuve	⑱ rue du Puits	S8 Placette des Ormes	
		S9 Coin du Lavoir	
		S10 Carrefour de l'Hôpital	
		S11 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

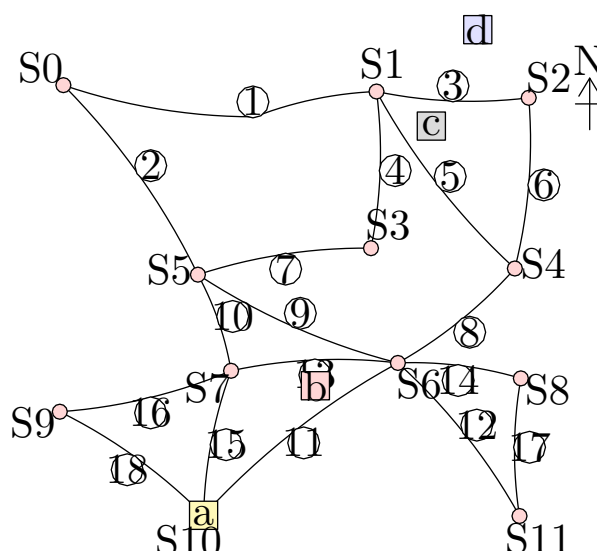
Problème — Fiche n°297



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	4	2	2	3	4	6	4	2	2	3	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S4, S10 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S10**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S4 et S10, et la poste est justement sur l'un des deux (S10). Il part donc de la poste et termine en S4, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°297



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**S10**), prend la **rue du Stade** ⑪ vers le nord-est et atteint Carrefour des Tilleuls (**S6**).
2. Il continue tout droit dans la **rue Pasteur** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S4**).
3. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S1**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (**S0**).
5. Il prend dans la **rue Haute** ②, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S5**).
6. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S6**).
7. Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (**S11**).
8. Il prend dans le **quai aux Fleurs** ⑰, vers le nord, jusqu'à Placette des Ormes (**S8**).
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S6**).
10. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S7**).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑮, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S10**).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑱, vers le nord-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**S9**).
13. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑯, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S7**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑩, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S5**).
15. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S3**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ④, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (**S1**).
17. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ③, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S2**).
18. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**S4**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S4 ou en S10 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.