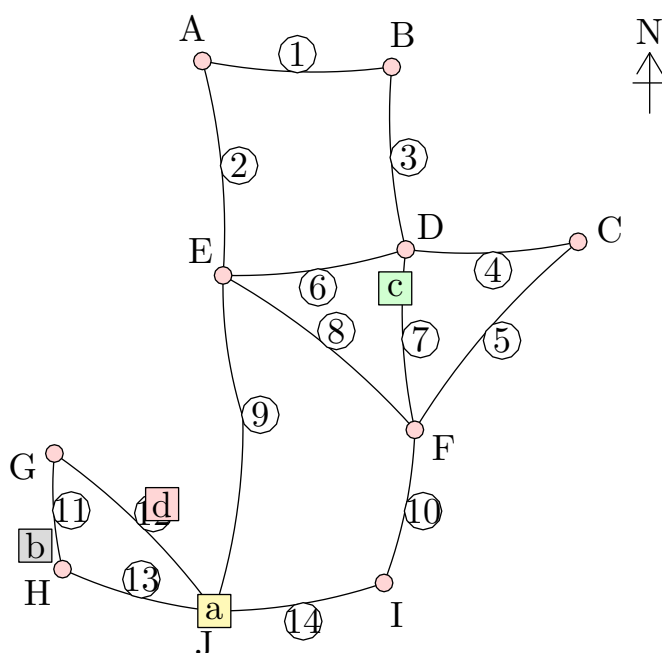




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Haute	⑧ rue Neuve	Ⓐ Place de la Fontaine	a la poste
② rue du Puits	⑨ venelle du Chat	Ⓑ Coin du Lavoir	b le stade
③ rue Verte	⑩ chemin de Ronde	Ⓒ Place des Tanneurs	c la bibliothèque
④ passage du Marché	⑪ boulevard du Parc	Ⓓ Rond-point de la Gare	d la pharmacie
⑤ rue des Lilas	⑫ quai aux Fleurs	Ⓔ Rond-point des Vaches	
⑥ chemin des Vignes	⑬ rue du Stade	Ⓕ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑦ sentier des Prés	⑭ rue de la Poste	Ⓖ Place du Marché	
		Ⓗ Place Sainte-Croix	
		Ⓘ Place du Vieux-Puits	
		⓵ Rond-point du Stade	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°300

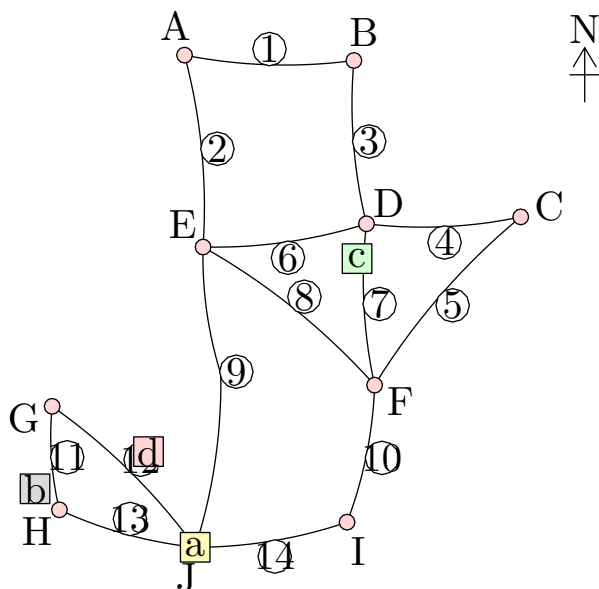


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	2	4	4	4	2	2	2	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **J**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°300



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (**J**), prend la **venelle du Chat** ⑨ vers le nord et atteint Rond-point des Vaches (**E**).
2. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ②, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (**A**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ①, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (**B**).
4. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ③, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
5. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ④, vers l'est, jusqu'à Place des Tanneurs (**C**).
6. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**F**).
7. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑦, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
8. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**E**).
9. Il prend dans la **rue Neuve** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**F**).
10. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**I**).
11. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**J**).
12. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Marché (**G**).
13. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**H**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑬, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**J**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.