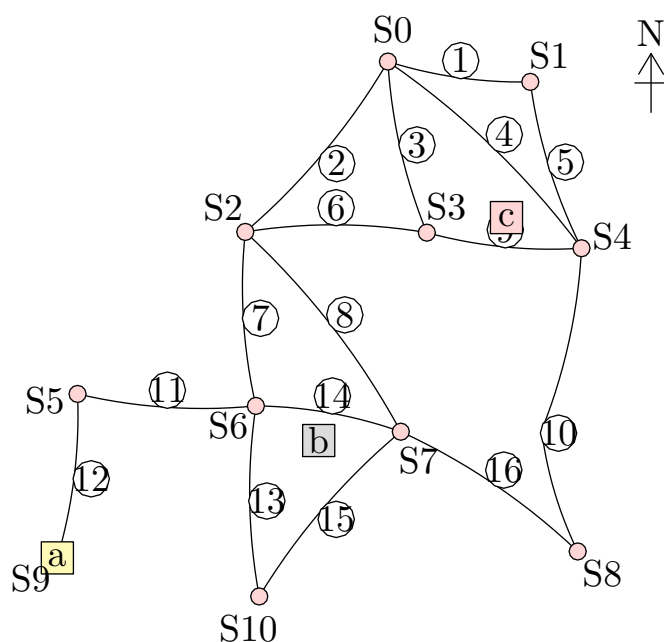


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① quai aux Fleurs	⑨ chemin du Lavoir	S0 Carrefour des Tilleuls	a la poste
② venelle du Chat	⑩ rue du Moulin	S1 Fontaine Notre-Dame	b le stade
③ rue des Jardins	⑪ passage du Marché	S2 Carrefour du Lavoir	c le marché couvert
④ rue Basse	⑫ impasse du Puits	S3 Carrefour de la Mairie	
⑤ rue Haute	⑬ allée des Tilleuls	S4 Rond-point des Vaches	
⑥ chemin des Vignes	⑭ rue du Pont	S5 Place du Vieux-Puits	
⑦ allée des Peupliers	⑮ rue de la Mairie	S6 Carrefour du Moulin	
⑧ rue Neuve	⑯ rue du Stade	S7 Rond-point du Pont	
		S8 Place des Tanneurs	
		S9 Coin du Lavoir	
		S10 Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°302

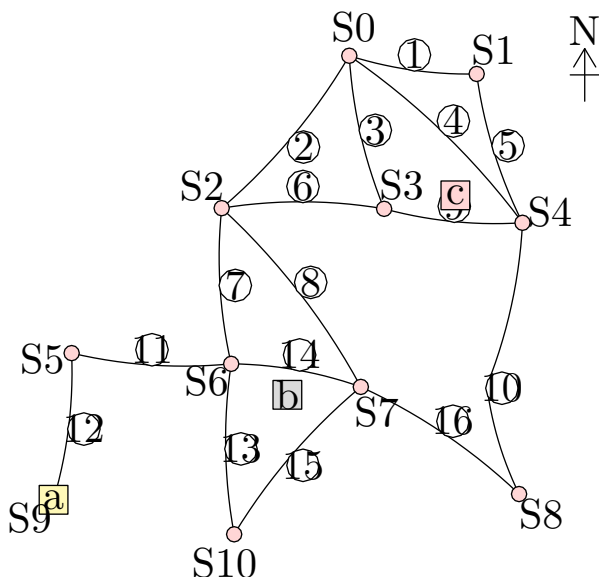


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	4	2	4	3	4	2	4	4	2	1	2
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S3, S9 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S9**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S3 et S9, et la poste est justement sur l'un des deux (S9). Il part donc de la poste et termine en S3, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°302



Voici une tournée possible :

1. Il part de Coin du Lavoir (S9), prend l'impasse du Puits ⑫ vers le nord et atteint Place du Vieux-Puits (S5).
2. Il tourne à droite dans le passage du Marché ⑪, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
3. Il tourne à gauche dans l'allée des Peupliers ⑦, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S2).
4. Il tourne à droite dans la venelle du Chat ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S0).
5. Il tourne à droite dans le quai aux Fleurs ①, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S1).
6. Il tourne à droite dans la rue Haute ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
7. Il prend dans la rue Basse ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S0).
8. Il tourne à gauche dans la rue des Jardins ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S3).
9. Il tourne à droite dans le chemin des Vignes ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S2).
10. Il tourne à gauche dans la rue Neuve ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S7).
11. Il tourne à droite dans la rue du Pont ⑭, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (S6).
12. Il tourne à gauche dans l'allée des Tilleuls ⑬, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (S10).
13. Il tourne à gauche dans la rue de la Mairie ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S7).
14. Il tourne à droite dans la rue du Stade ⑯, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs (S8).
15. Il prend dans la rue du Moulin ⑩, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
16. Il tourne à gauche dans le chemin du Lavoir ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S3).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S3 ou en S9 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.