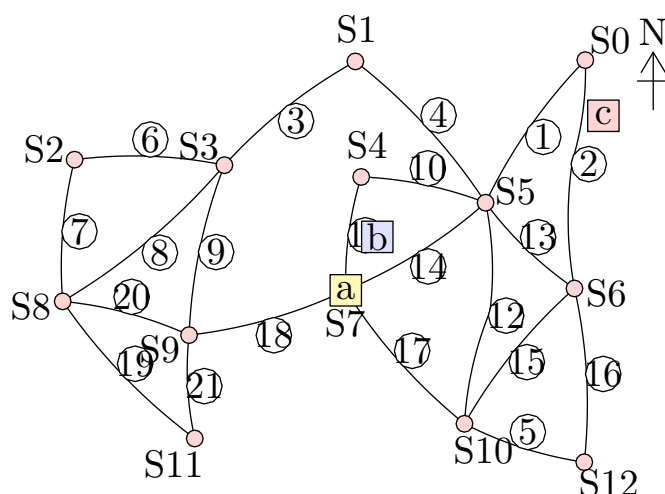


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Stade	⑫ boulevard du Parc	S0 Place Sainte-Croix	a la poste
② rue du Moulin	⑬ passage du Marché	S1 Placette des Ormes	b l'école
③ rue des Lilas	⑭ chemin du Lavoir	S2 Place des Tanneurs	c le marché couvert
④ rue de la Mairie	⑮ rue Pasteur	S3 Rond-point de la Poste	
⑤ rue de l'Église	⑯ chemin Creux	S4 Place de l'Église	
⑥ rue Basse	⑰ rue du Pont	S5 Carrefour des Tilleuls	
⑦ rue de la Poste	⑱ sentier des Prés	S6 Carrefour du Lavoir	
⑧ chemin de Ronde	⑲ venelle du Chat	S7 Carrefour Saint-Roch	
⑨ rue Neuve	⑳ avenue de la Gare	S8 Carrefour des Quatre-Chemins	
⑩ rue du Puits	21 allée des Peupliers	S9 Carrefour de l'Hôpital	
⑪ rue des Jardins		S10 Rond-point du Stade	
		S11 Coin du Lavoir	
		S12 Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°305

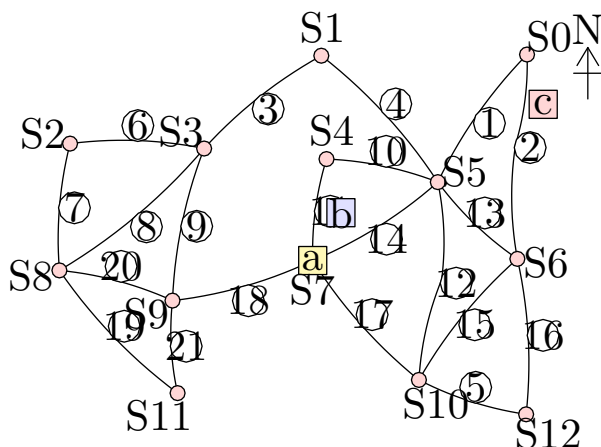


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Nombre de rues	2	2	2	4	2	6	4	4	4	4	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $42 = 2 \times 21$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S7**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°305



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour Saint-Roch (S7), prend la **rue des Jardins** ⑪ vers le nord et atteint Place de l'Église (S4).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
3. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ①, vers le nord-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S0).
4. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
5. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
6. Il continue tout droit dans la **rue de la Mairie** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S1).
7. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S3).
8. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (S2).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑦, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S8).
10. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S3).
11. Il prend dans la **rue Neuve** ⑨, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
12. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑳, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S8).
13. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑱, vers le sud-est, jusqu'à Coin du Lavoir (S11).
14. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** 21, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S9).
15. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑱, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S7).
16. Il continue tout droit dans le **chemin du Lavoir** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S5).
17. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑫, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (S10).
18. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place du Marché (S12).
19. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑯, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
20. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (S10).
21. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S7).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.