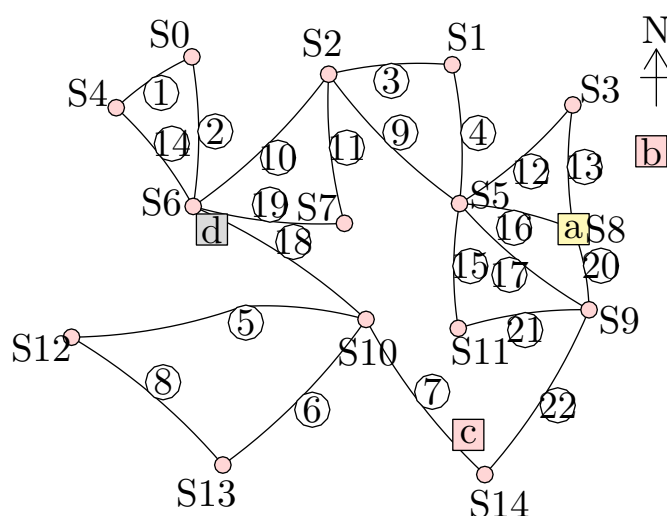


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Pasteur	⑫ rue Neuve	S0 Place des Tanneurs	a la poste
② sentier des Prés	⑬ rue Basse	S1 Place de la Fontaine	b le lavoir
③ rue des Jardins	⑭ rue de la Poste	S2 Carrefour des Tilleuls	c le marché couvert
④ rue de l'Église	⑮ chemin Creux	S3 Coin du Lavoir	d le stade
⑤ rue du Puits	⑯ allée des Tilleuls	S4 Place du Vieux-Puits	
⑥ rue des Écoles	⑰ rue du Four	S5 Carrefour de la Mairie	
⑦ rue Haute	⑱ rue des Lilas	S6 Rond-point du Pont	
⑧ passage du Marché	⑲ boulevard du Parc	S7 Fontaine Notre-Dame	
⑨ allée des Peupliers	⑳ chemin de Ronde	S8 Carrefour de l'Hôpital	
⑩ rue du Moulin	21 venelle du Chat	S9 Carrefour du Lavoir	
⑪ chemin du Lavoir	22 rue du Stade	S10 Carrefour Saint-Roch	
		S11 Place Sainte-Croix	
		S12 Place de l'Église	
		S13 Placette des Ormes	
		S14 Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°307

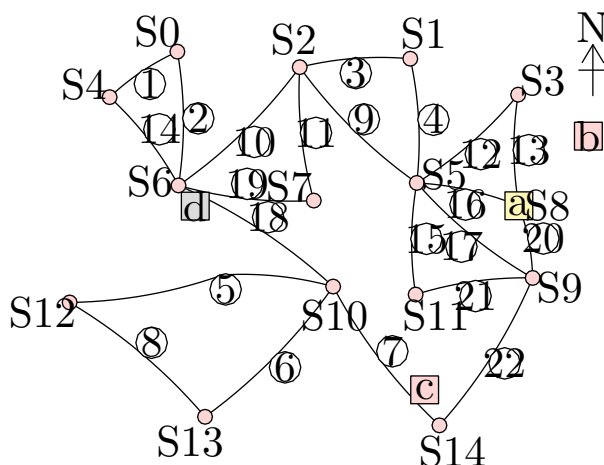


-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	2	4	2	2	6	5	2	3	4	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $44 = 2 \times 22$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S6, S8 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S8**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S6 et S8, et la poste est justement sur l'un des deux (S8). Il part donc de la poste et termine en S6, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (**S8**), prend la **rue Basse** ⑬ vers le nord et atteint Coin du Lavoir (**S3**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑫, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S5**).
3. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ④, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (**S1**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ③, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S2**).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑨, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S5**).
6. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑮, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S11**).
7. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** 21, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S9**).
8. Il prend dans la **rue du Four** ⑰, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S5**).
9. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**S8**).
10. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑳, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir (**S9**).
11. Il continue tout droit dans la **rue du Stade** 22, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (**S14**).
12. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S10**).
13. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (**S12**).
14. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (**S13**).
15. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S10**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑱, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S6**).
17. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ②, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs (**S0**).
18. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S4**).
19. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S6**).
20. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S2**).
21. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑪, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S7**).
22. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑲, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**S6**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en **S6** ou en **S8** : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.