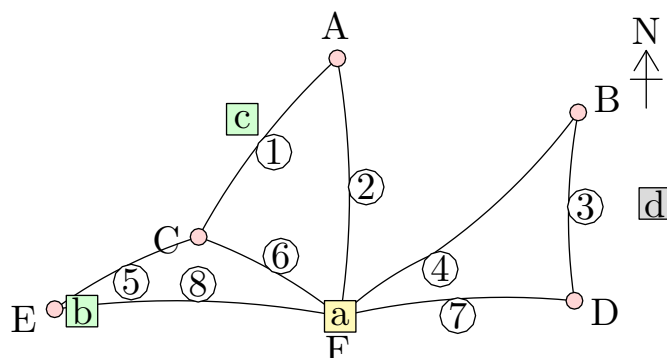


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Poste	⑤ rue du Four	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② rue de l'Église	⑥ rue des Jardins	Ⓑ Place aux Herbes	b la mairie
③ sentier des Prés	⑦ allée des Peupliers	Ⓒ Rond-point du Pont	c la gendarmerie
④ rue du Pont	⑧ rue des Lilas	Ⓓ Place de la Fontaine	d l'église
		Ⓔ Place du Vieux-Puits	
		Ⓕ Rond-point de la Poste	

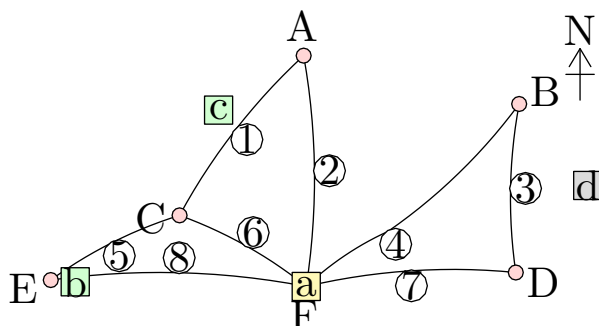
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	2	2	3	2	2	5
Parité	pair	pair	impair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $16 = 2 \times 8$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, C et F, et la poste est justement sur l'un des deux (F). Il part donc de la poste et termine en C, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°31



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Poste **(F)**, prend la **rue de l'Église** ② vers le nord et atteint Coin du Lavoir **(A)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(C)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(E)**.
4. Il prend dans la **rue des Lilas** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste **(F)**.
5. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ④, vers le nord-est, jusqu'à Place aux Herbes **(B)**.
6. Il prend dans le **sentier des Prés** ③, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine **(D)**.
7. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(F)**.
8. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(C)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en C ou en F : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.