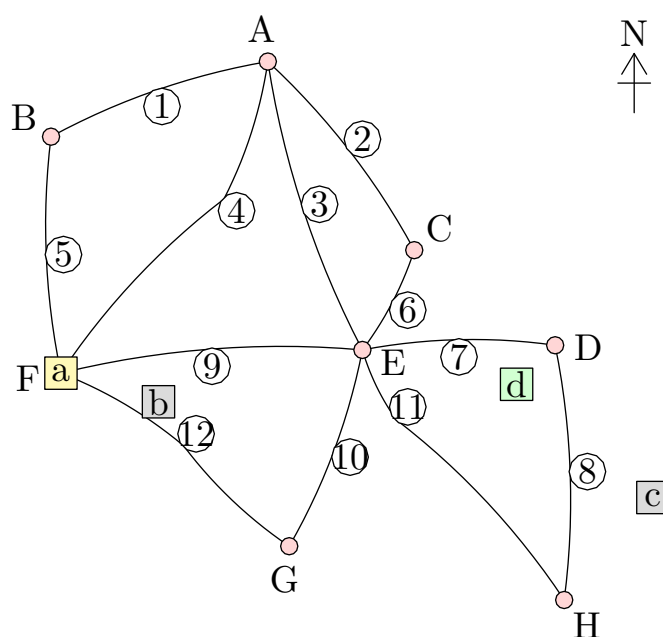




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Peupliers	⑦ rue des Lilas	Ⓐ Carrefour des Tilleuls	a la poste
② passage du Marché	⑧ rue Pasteur	Ⓑ Place Sainte-Croix	b le stade
③ avenue de la Gare	⑨ rue Verte	Ⓒ Place des Tanneurs	c l'église
④ chemin du Lavoir	⑩ rue Basse	Ⓓ Place de l'Église	d la gendarmerie
⑤ chemin Creux	⑪ boulevard du Parc	Ⓔ Carrefour de la Mairie	
⑥ quai aux Fleurs	⑫ rue des Jardins	Ⓕ Rond-point de la Gare	
		Ⓖ Placette des Ormes	
		Ⓗ Coin du Lavoir	

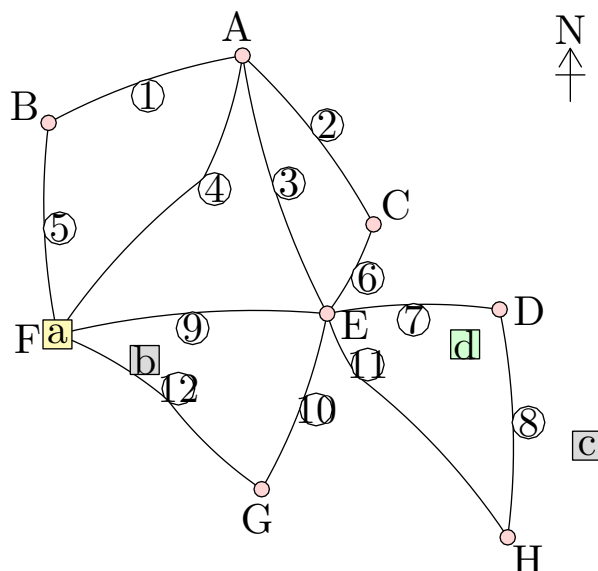
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	4	2	2	2	6	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°315



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Gare **(F)**, prend le **chemin du Lavoir** ④ vers le nord-est et atteint Carrefour des Tilleuls **(A)**.
2. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix **(B)**.
3. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare **(F)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(E)**.
5. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ③, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Tilleuls **(A)**.
6. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ②, vers le sud-est, jusqu'à Place des Tanneurs **(C)**.
7. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(E)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église **(D)**.
9. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑧, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir **(H)**.
10. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(E)**.
11. Il prend dans la **rue Basse** ⑩, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes **(G)**.
12. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare **(F)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.