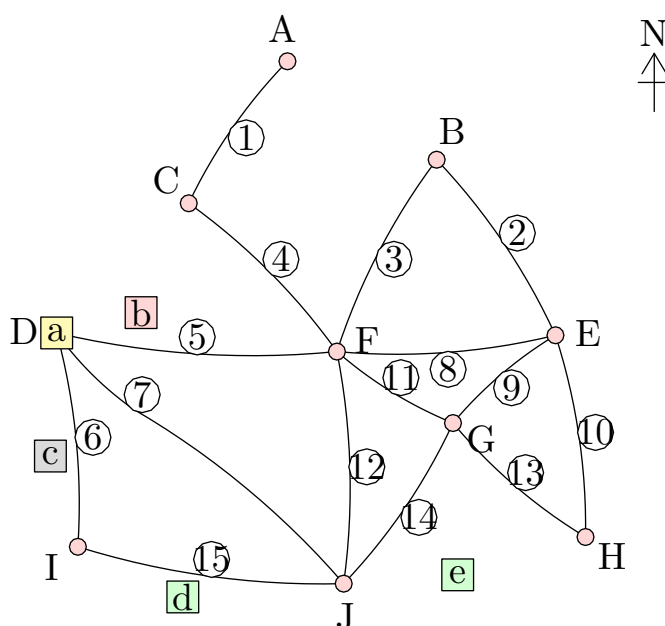


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse Sainte-Anne	⑨ rue Basse	Ⓐ Placette des Ormes	a la poste
② venelle du Chat	⑩ chemin Creux	Ⓑ Place de la Fontaine	b la pharmacie
③ chemin de Ronde	⑪ allée des Tilleuls	Ⓒ Place des Tanneurs	c le gymnase
④ sentier des Prés	⑫ rue du Puits	Ⓓ Carrefour des Tilleuls	d la gendarmerie
⑤ avenue de la Gare	⑬ rue de l'Église	Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins	e la salle des fêtes
⑥ boulevard du Parc	⑭ rue de la Poste	Ⓕ Carrefour Saint-Roch	
⑦ rue des Jardins	⑮ rue du Moulin	Ⓖ Rond-point des Vaches	
⑧ quai aux Fleurs		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓘ Place Sainte-Croix	
		Ⓙ Rond-point de la Poste	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

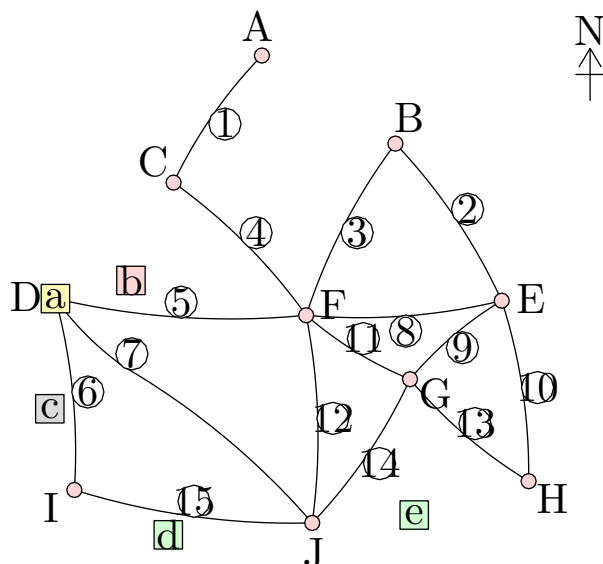
Problème — Fiche n°316



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	1	2	2	3	4	6	4	2	2	4
Parité	impair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, D — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, A et D, et la poste est justement sur l'un des deux (D). Il part donc de la poste et termine en A, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°316



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour des Tilleuls (D), prend l'**avenue de la Gare** ⑤ vers l'est et atteint Carrefour Saint-Roch (F).
2. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ③, vers le nord-est, jusqu'à Place de la Fontaine (B).
3. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (E).
4. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (F).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑪, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
6. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (E).
7. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑩, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (H).
8. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑬, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (G).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑭, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (J).
10. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (D).
11. Il prend dans le **boulevard du Parc** ⑥, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix (I).
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ⑮, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (J).
13. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (F).
14. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (C).
15. Il tourne à droite dans l'**impasse Sainte-Anne** ①, vers le nord-est, jusqu'à Placette des Ormes (A).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en A ou en D : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.