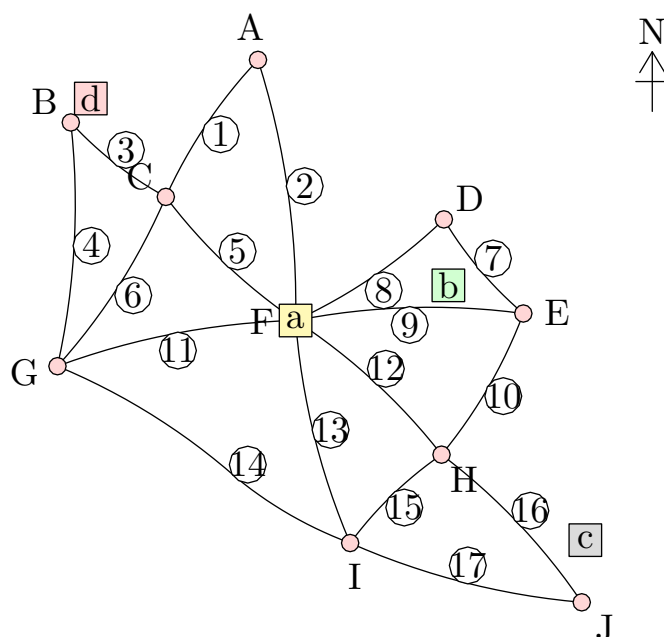




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Verte	⑩ chemin Creux	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② chemin des Vignes	⑪ chemin du Lavoir	Ⓑ Place du Marché	b la mairie
③ rue du Puits	⑫ rue des Lilas	Ⓒ Carrefour des Tilleuls	c le stade
④ rue des Jardins	⑬ rue des Écoles	Ⓓ Place Sainte-Croix	d le marché couvert
⑤ venelle du Chat	⑭ chemin de Ronde	Ⓔ Rond-point du Stade	
⑥ rue de la Mairie	⑮ rue Haute	Ⓕ Rond-point des Vaches	
⑦ allée des Tilleuls	⑯ rue du Stade	Ⓖ Rond-point du Pont	
⑧ rue du Four	⑰ rue Basse	Ⓗ Carrefour de la Mairie	
⑨ sentier des Prés		Ⓘ Rond-point de la Poste	
		Ⓙ Place de la Fontaine	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

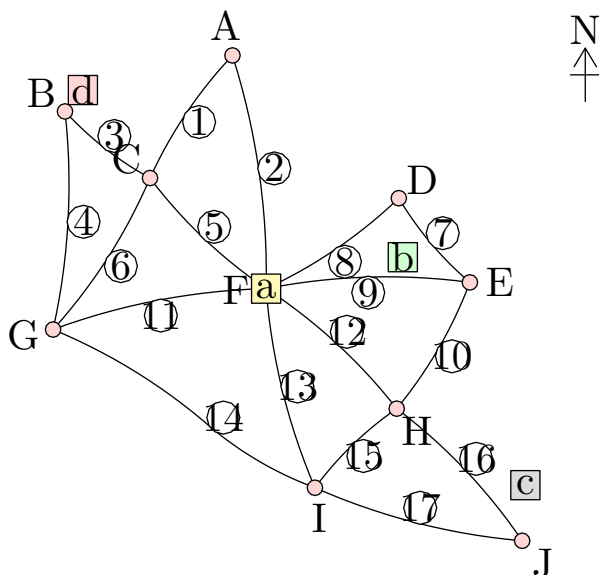
Problème — Fiche n°317



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	4	2	3	7	4	4	4	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : E, F — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, E et F, et la poste est justement sur l'un des deux (F). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°317



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point des Vaches (**F**), prend le **chemin des Vignes** ② vers le nord et atteint Coin du Lavoir (**A**).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ①, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).
3. Il tourne à droite dans la **rue du Puits** ③, vers le nord-ouest, jusqu'à Place du Marché (**B**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ④, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**G**).
5. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑧, vers le nord-est, jusqu'à Place Sainte-Croix (**D**).
8. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
9. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
10. Il continue tout droit dans le **chemin du Lavoir** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**G**).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (**I**).
12. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑬, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
13. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).
14. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (**I**).
15. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑰, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (**J**).
16. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**H**).
17. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en E ou en F : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.