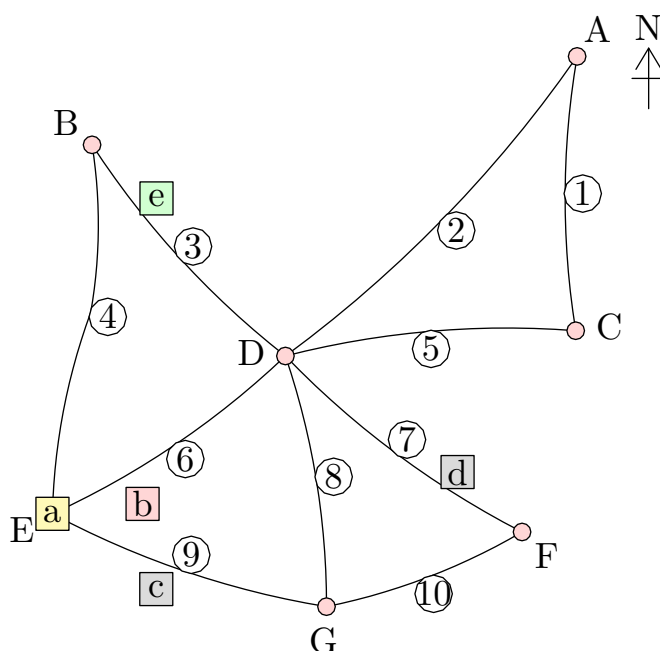




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Moulin	⑥ allée des Peupliers	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② passage du Marché	⑦ rue du Stade	Ⓑ Place de la Fontaine	b la boulangerie
③ rue des Écoles	⑧ rue Haute	Ⓒ Placette des Ormes	c le stade
④ boulevard du Parc	⑨ chemin du Lavoir	Ⓓ Carrefour du Lavoir	d le gymnase
⑤ avenue de la Gare	⑩ rue des Jardins	Ⓔ Rond-point de la Poste	e la mairie
		Ⓕ Coin du Lavoir	
		Ⓖ Carrefour de la Mairie	

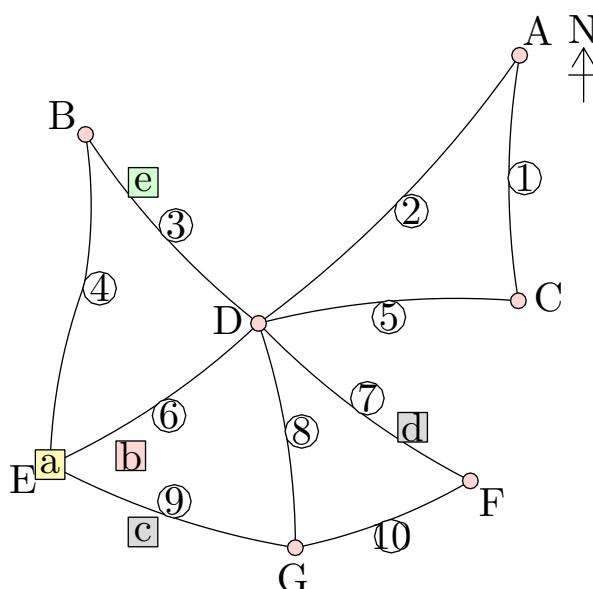
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G
Nombre de rues	2	2	2	6	3	2	3
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $20 = 2 \times 10$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : E, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, E et G, et la poste est justement sur l'un des deux (E). Il part donc de la poste et termine en G, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°322



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Poste **(E)**, prend le **boulevard du Parc** ④ vers le nord et atteint Place de la Fontaine **(B)**.
2. Il prend dans la **rue des Écoles** ③, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(D)**.
3. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ②, vers le nord-est, jusqu'à Place de l'Église **(A)**.
4. Il prend dans la **rue du Moulin** ①, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes **(C)**.
5. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(D)**.
6. Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste **(E)**.
7. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(G)**.
8. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑧, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(D)**.
9. Il prend dans la **rue du Stade** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Coin du Lavoir **(F)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(G)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en E ou en G : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.