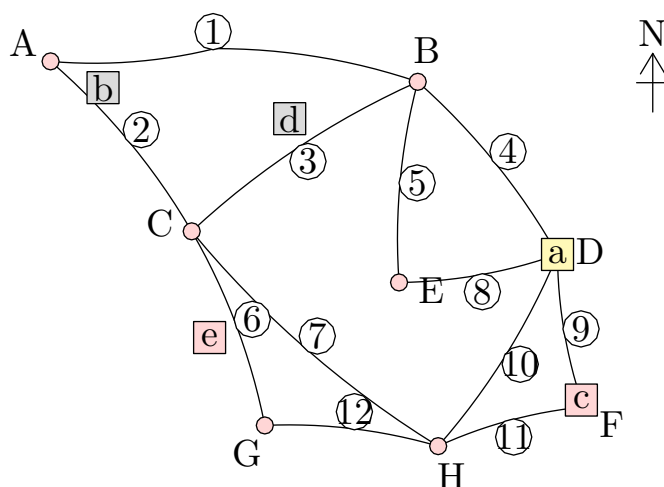




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin du Lavoir	⑦ chemin des Vignes	Ⓐ Place du Vieux-Puits	a la poste
② rue de l'Église	⑧ rue de la Poste	Ⓑ Carrefour de l'Hôpital	b le cimetière
③ rue Verte	⑨ sentier des Prés	Ⓒ Carrefour de la Mairie	c la pharmacie
④ rue Neuve	⑩ rue du Puits	Ⓓ Carrefour des Quatre-Chemins	d le gymnase
⑤ allée des Tilleuls	⑪ rue des Écoles	Ⓔ Place de l'Église	e le lavoir
⑥ rue du Pont	⑫ rue Basse	Ⓕ Place Sainte-Croix	
		Ⓖ Place de la Fontaine	
		Ⓗ Rond-point du Pont	

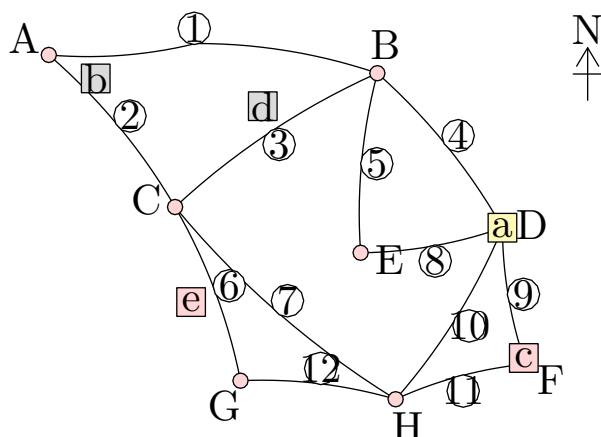
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste** ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	2	4	4	4	2	2	2	4
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **D**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°325



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**, prend la **rue Neuve** ④ vers le nord-ouest et atteint Carrefour de l'Hôpital **(B)**.
2. Il continue tout droit dans le **chemin du Lavoir** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(A)**.
3. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** ②, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(C)**.
4. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital **(B)**.
5. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑤, vers le sud, jusqu'à Place de l'Église **(E)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑧, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**.
7. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑨, vers le sud, jusqu'à Place Sainte-Croix **(F)**.
8. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(H)**.
9. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie **(C)**.
10. Il prend dans la **rue du Pont** ⑥, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine **(G)**.
11. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont **(H)**.
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(D)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.