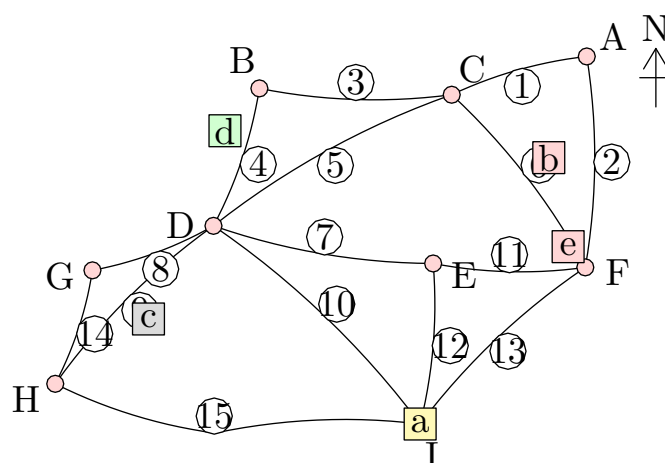




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Four	⑨ rue Pasteur	Ⓐ Coin du Lavoir	a la poste
② chemin Creux	⑩ sentier des Prés	Ⓑ Place Sainte-Croix	b la boulangerie
③ rue Basse	⑪ rue Haute	Ⓒ Carrefour de la Mairie	c le gymnase
④ allée des Tilleuls	⑫ chemin de Ronde	Ⓓ Carrefour du Moulin	d la bibliothèque
⑤ rue du Stade	⑬ rue du Moulin	Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins	e le marché couvert
⑥ rue du Pont	⑭ passage du Marché	Ⓕ Rond-point des Vaches	
⑦ rue des Jardins	⑮ rue des Écoles	Ⓖ Place aux Herbes	
⑧ rue du Puits		Ⓗ Carrefour Saint-Roch	
		Ⓘ Carrefour de l'Hôpital	

Légende du plan

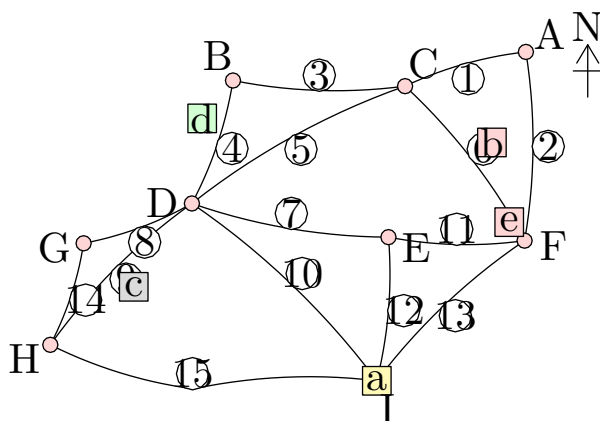
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	4	6	3	4	2	3	4
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : E, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en I, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, E et H : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en I, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de E à H. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°327



Ce parcours, en partant de E :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (**E**), prend la **rue des Jardins** ⑦ vers l'ouest et atteint Carrefour du Moulin (**D**).
2. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ④, vers le nord, jusqu'à Place Sainte-Croix (**B**).
3. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ③, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**C**).
4. Il continue tout droit dans la **rue du Four** ①, vers l'est, jusqu'à Coin du Lavoir (**A**).
5. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ②, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑥, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**C**).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**D**).
8. Il continue tout droit dans la **rue du Puits** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**G**).
9. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑭, vers le sud, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).
10. Il prend dans la **rue Pasteur** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**D**).
11. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑩, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**I**).
12. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑫, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**E**).
13. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**F**).
14. Il prend dans la **rue du Moulin** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (**I**).
15. Il tourne à droite dans la **rue des Écoles** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**H**).