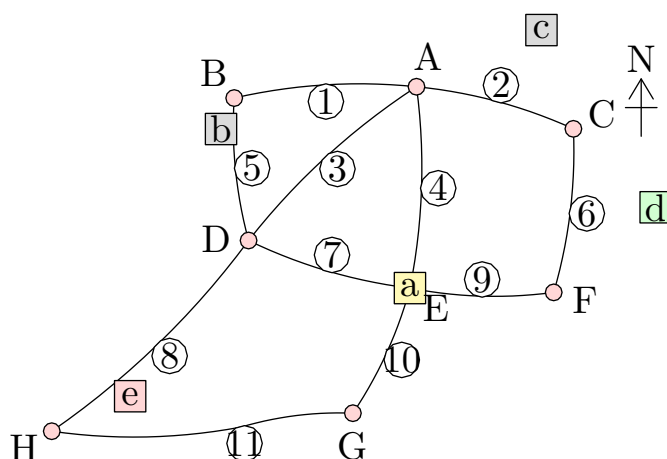




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑦ rue des Jardins	Ⓐ Carrefour des Tilleuls	a la poste
② chemin de Ronde	⑧ rue de la Mairie	Ⓑ Place Sainte-Croix	b le cimetière
③ rue des Écoles	⑨ chemin Creux	Ⓒ Place de la Fontaine	c le stade
④ chemin du Lavoir	⑩ rue des Lilas	Ⓓ Rond-point des Vaches	d la salle des fêtes
⑤ chemin des Vignes	⑪ boulevard du Parc	Ⓔ Rond-point du Stade	e la pharmacie
⑥ allée des Tilleuls		Ⓕ Placette des Ormes	
		Ⓖ Place du Vieux-Puits	
		Ⓗ Place du Marché	

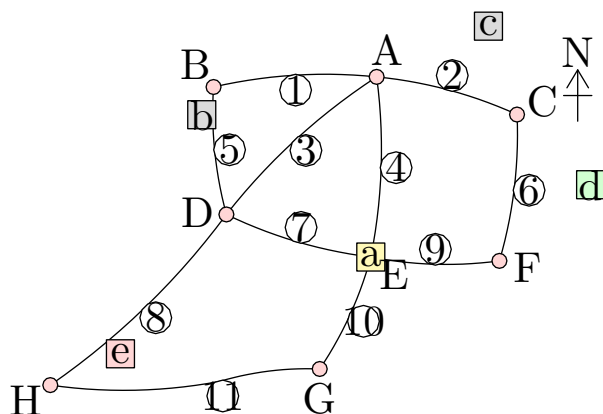
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste** ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H
Nombre de rues	4	2	2	4	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $22 = 2 \times 11$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°330



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (E), prend le **chemin du Lavoir** ④ vers le nord et atteint Carrefour des Tilleuls (A).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (B).
3. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (D).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (A).
5. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ②, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (C).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑥, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (F).
7. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (E).
8. Il continue tout droit dans la **rue des Jardins** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (D).
9. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (H).
10. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑪, vers l'est, jusqu'à Place du Vieux-Puits (G).
11. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑩, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (E).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.