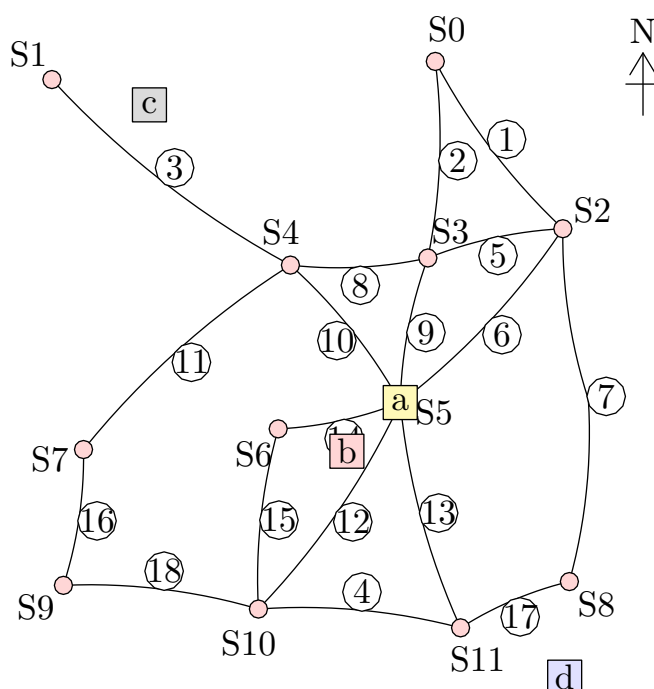




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① sentier des Prés	⑩ rue du Stade	S0 Place du Vieux-Puits	a la poste
② rue de la Poste	⑪ allée des Peupliers	S1 Placette des Ormes	b la boulangerie
③ impasse des Roses	⑫ rue Neuve	S2 Carrefour des Quatre-Chemins	c le gymnase
④ rue Basse	⑬ chemin du Lavoir	S3 Rond-point du Stade	d l'école
⑤ avenue de la Gare	⑭ chemin Creux	S4 Carrefour de la Mairie	
⑥ chemin de Ronde	⑮ quai aux Fleurs	S5 Rond-point du Pont	
⑦ passage du Marché	⑯ rue Haute	S6 Place aux Herbes	
⑧ rue du Pont	⑰ rue des Jardins	S7 Coin du Lavoir	
⑨ rue du Four	⑱ venelle du Chat	S8 Place de la Fontaine	
		S9 Fontaine Notre-Dame	
		S10 Rond-point des Vaches	
		S11 Rond-point de la Gare	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

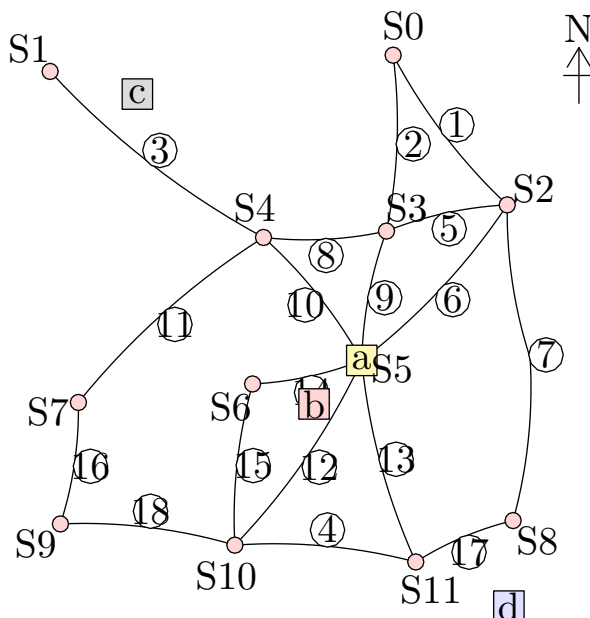
Problème — Fiche n°336



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	2	1	4	4	4	6	2	2	2	2	4	3
Parité	pair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $36 = 2 \times 18$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S1, S11 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S5**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, S1 et S11 : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **S5**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de S1 à S11. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°336



Ce parcours, en partant de S1 :

1. Il part de Placette des Ormes (**S1**), prend l'**impasse des Roses** ③ vers le sud-est et atteint Carrefour de la Mairie (**S4**).
2. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑧, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (**S3**).
3. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ②, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S0**).
4. Il prend dans le **sentier des Prés** ①, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S2**).
5. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**S3**).
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑨, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (**S5**).
7. Il tourne à gauche dans le **chemin de Ronde** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (**S2**).
8. Il tourne à droite dans le **passage du Marché** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine (**S8**).
9. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑰, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S11**).
10. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ④, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S10**).
11. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S5**).
12. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑩, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**S4**).
13. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (**S7**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑯, vers le sud, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**S9**).
15. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑱, vers l'est, jusqu'à Rond-point des Vaches (**S10**).
16. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑮, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (**S6**).
17. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑭, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (**S5**).
18. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** ⑬, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**S11**).

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.