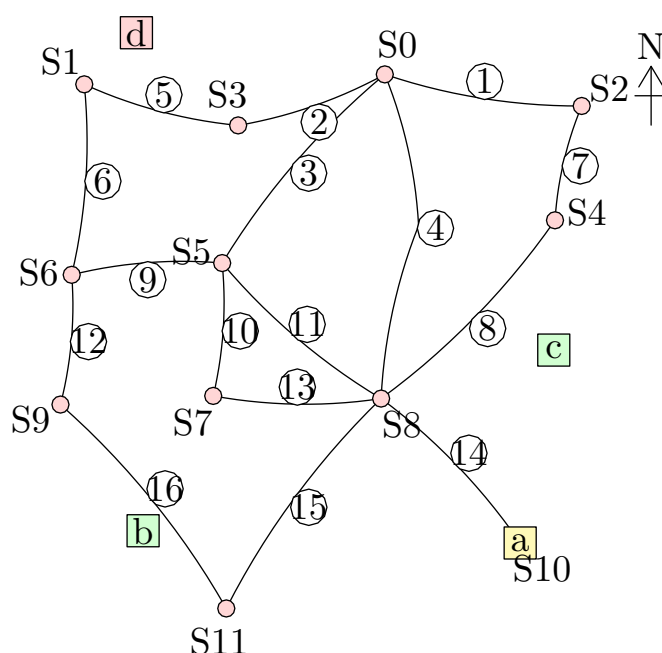


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① allée des Peupliers	⑨ sentier des Prés	S0 Carrefour Saint-Roch	a la poste
② rue Neuve	⑩ rue Verte	S1 Place des Tanneurs	b la salle des fêtes
③ rue de la Mairie	⑪ rue des Jardins	S2 Place de la Fontaine	c la gendarmerie
④ rue Basse	⑫ quai aux Fleurs	S3 Place du Vieux-Puits	d le lavoir
⑤ allée des Tilleuls	⑬ boulevard du Parc	S4 Placette des Ormes	
⑥ passage du Marché	⑭ impasse Verte	S5 Carrefour du Moulin	
⑦ rue Pasteur	⑮ rue du Four	S6 Rond-point du Stade	
⑧ chemin Creux	⑯ rue du Moulin	S7 Coin du Lavoir	
		S8 Carrefour des Tilleuls	
		S9 Place Sainte-Croix	
		S10 Place de l'Église	
		S11 Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.



La tournée du facteur

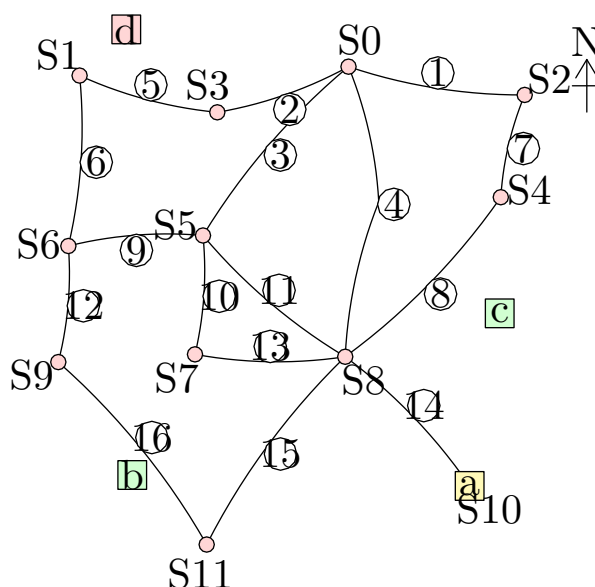
Problème — Fiche n°337



-
1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
 2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11
Nombre de rues	4	2	2	2	2	4	3	2	6	2	1	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $32 = 2 \times 16$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S6, S10 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S10**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S6 et S10, et la poste est justement sur l'un des deux (S10). Il part donc de la poste et termine en S6, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°337



Voici une tournée possible :

1. Il part de Place de l'Église (**S10**), prend l'**impasse Verte** ⑭ vers le nord-ouest et atteint Carrefour des Tilleuls (**S8**).
2. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ④, vers le nord, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S0**).
3. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ①, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (**S2**).
4. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑦, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**S4**).
5. Il continue tout droit dans le **chemin Creux** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S8**).
6. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S5**).
7. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (**S0**).
8. Il prend dans la **rue Neuve** ②, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**S3**).
9. Il continue tout droit dans l'**allée des Tilleuls** ⑤, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (**S1**).
10. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑥, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).
11. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour du Moulin (**S5**).
12. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑩, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**S7**).
13. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ⑬, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (**S8**).
14. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Place du Marché (**S11**).
15. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (**S9**).
16. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑫, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (**S6**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S6 ou en S10 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.