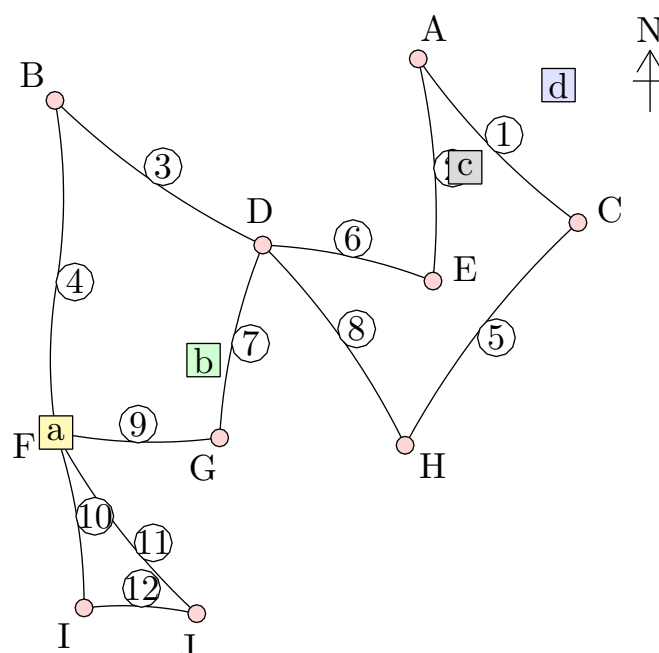




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑦ sentier des Prés	Ⓐ Place du Vieux-Puits	a la poste
② rue des Écoles	⑧ chemin des Vignes	Ⓑ Place du Marché	b la gendarmerie
③ rue du Pont	⑨ rue de la Mairie	Ⓒ Place de l'Église	c le gymnase
④ rue du Puits	⑩ allée des Peupliers	Ⓓ Rond-point de la Gare	d l'école
⑤ rue de l'Église	⑪ rue des Lilas	Ⓔ Fontaine Notre-Dame	
⑥ chemin de Ronde	⑫ rue Basse	Ⓕ Rond-point du Stade	
		Ⓖ Coin du Lavoir	
		Ⓗ Place des Tanneurs	
		Ⓘ Place aux Herbes	
		Ⓙ Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

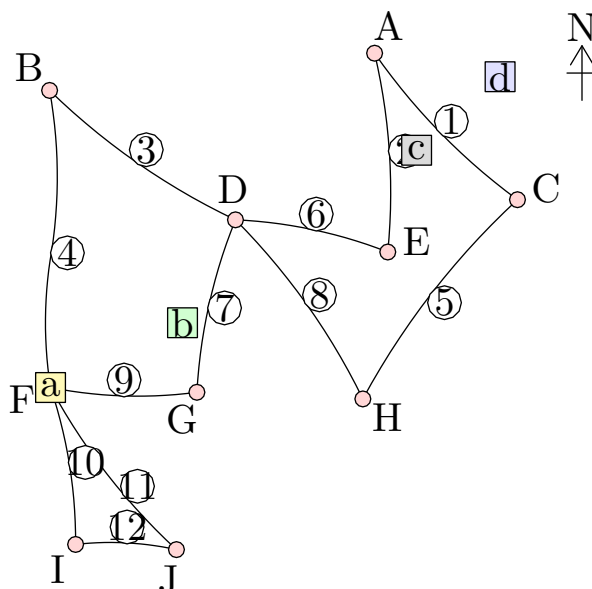
Problème — Fiche n°340



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	2	4	2	4	2	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $24 = 2 \times 12$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°340



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Stade (**F**), prend la **rue du Puits** ④ vers le nord et atteint Place du Marché (**B**).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ③, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
3. Il continue tout droit dans le **chemin de Ronde** ⑥, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (**E**).
4. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ②, vers le nord, jusqu'à Place du Vieux-Puits (**A**).
5. Il prend dans la **rue Neuve** ①, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (**H**).
7. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**D**).
8. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ⑦, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**G**).
9. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑨, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**F**).
10. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (**I**).
11. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑫, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (**J**).
12. Il tourne à gauche dans la **rue des Lilas** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (**F**).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.