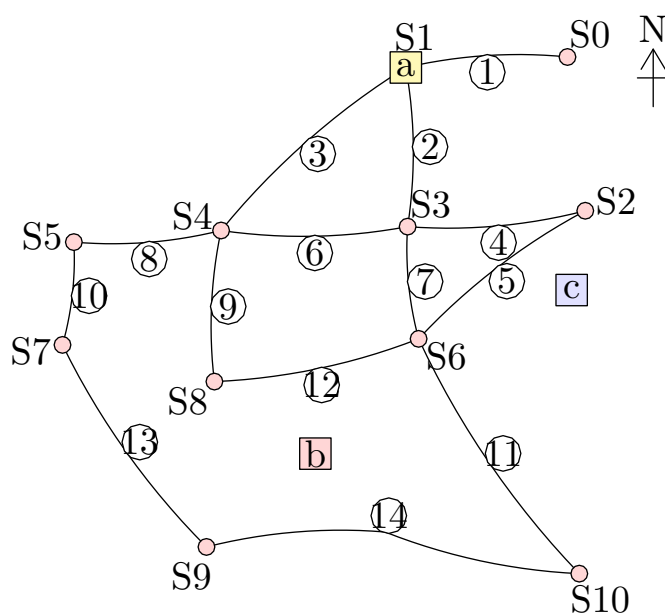


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① impasse des Roses	⑧ chemin de Ronde	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue de la Poste	⑨ rue de la Mairie	S1 Rond-point de la Gare	b la pharmacie
③ rue des Jardins	⑩ rue du Puits	S2 Placette des Ormes	c l'école
④ rue Haute	⑪ rue Pasteur	S3 Rond-point de la Poste	
⑤ sentier des Prés	⑫ rue du Pont	S4 Rond-point des Vaches	
⑥ avenue de la Gare	⑬ allée des Peupliers	S5 Place du Vieux-Puits	
⑦ rue Neuve	⑭ rue du Four	S6 Carrefour du Lavoir	
		S7 Place du Marché	
		S8 Place aux Herbes	
		S9 Place de la Fontaine	
		S10 Place de l'Église	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

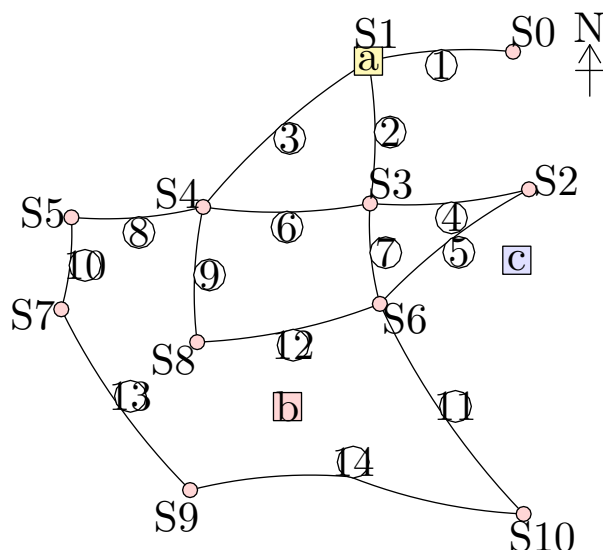
Problème — Fiche n°341



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
Nombre de rues	1	3	2	4	4	2	4	2	2	2	2
Parité	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S0, S1 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S1**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S0 et S1, et la poste est justement sur l'un des deux (S1). Il part donc de la poste et termine en S0, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°341



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Gare (S1), prend la **rue de la Poste** ② vers le sud et atteint Rond-point de la Poste (S3).
2. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ④, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (S2).
3. Il prend dans le **sentier des Prés** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
4. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑦, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S3).
5. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
6. Il continue tout droit dans le **chemin de Ronde** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S5).
7. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place du Marché (S7).
8. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Place de la Fontaine (S9).
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Four** ⑭, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (S10).
10. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S6).
11. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (S8).
12. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑨, vers le nord, jusqu'à Rond-point des Vaches (S4).
13. Il continue tout droit dans la **rue des Jardins** ③, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S1).
14. Il continue tout droit dans l'**impasse des Roses** ①, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S0).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S0 ou en S1 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.

À remarquer. Ce quartier a une impasse. On y entre et on en ressort par la même rue : elle serait forcément empruntée deux fois. Une impasse interdit donc à elle seule la tournée qui revient à son point de départ — sans qu'il soit besoin de compter quoi que ce soit.