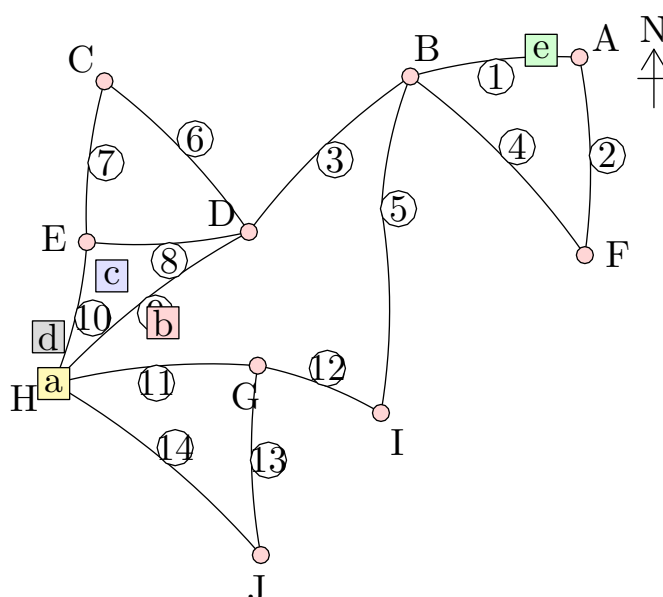




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Verte	⑧ rue Basse	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue Neuve	⑨ boulevard du Parc	Ⓑ Carrefour de la Mairie	b le marché couvert
③ chemin du Lavoir	⑩ rue Pasteur	Ⓒ Place des Tanneurs	c l'école
④ venelle du Chat	⑪ allée des Peupliers	Ⓓ Rond-point du Stade	d le stade
⑤ avenue de la Gare	⑫ rue du Pont	Ⓔ Carrefour du Moulin	e la gendarmerie
⑥ chemin des Vignes	⑬ rue des Écoles	Ⓕ Coin du Lavoir	
⑦ chemin Creux	⑭ quai aux Fleurs	Ⓖ Rond-point du Pont	
		Ⓗ Rond-point de la Gare	
		Ⓘ Placette des Ormes	
		Ⓙ Place aux Herbes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

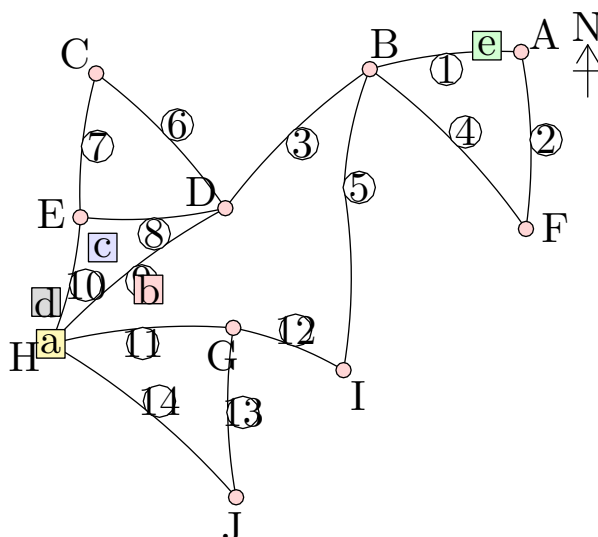
Problème — Fiche n°342



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	2	4	3	2	3	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	impair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $28 = 2 \times 14$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : E, G — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, E et G : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **H**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de E à G. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°342



Ce parcours, en partant de E :

1. Il part de Carrefour du Moulin (**E**), prend le **chemin Creux** ⑦ vers le nord et atteint Place des Tanneurs (**C**).
2. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**D**).
3. Il tourne à gauche dans le **chemin du Lavoir** ③, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**B**).
4. Il continue tout droit dans la **rue Verte** ①, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (**A**).
5. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ②, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (**F**).
6. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**B**).
7. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers le sud, jusqu'à Placette des Ormes (**I**).
8. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑫, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**G**).
9. Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (**H**).
10. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**D**).
11. Il prend dans la **rue Basse** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (**E**).
12. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑩, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Gare (**H**).
13. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑭, vers le sud-est, jusqu'à Place aux Herbes (**J**).
14. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑬, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (**G**).