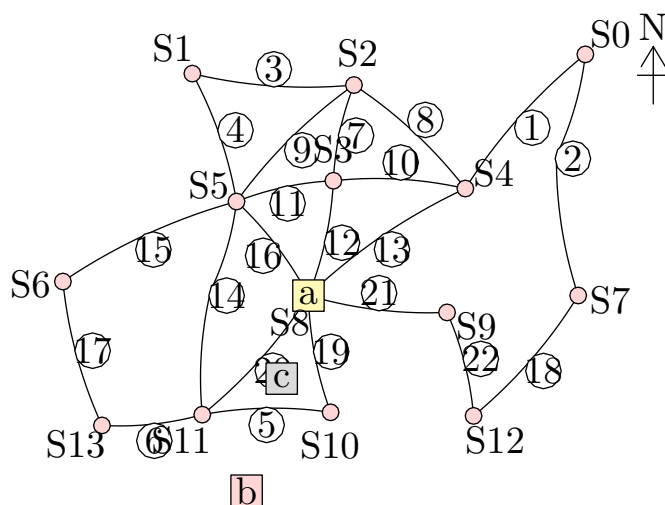




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Poste	⑫ boulevard du Parc	S0 Place des Tanneurs	a la poste
② rue des Lilas	⑬ venelle du Chat	S1 Fontaine Notre-Dame	b le marché couvert
③ passage du Marché	⑭ rue Haute	S2 Carrefour du Moulin	c l'église
④ rue Pasteur	⑮ rue du Stade	S3 Rond-point du Pont	
⑤ rue du Puits	⑯ rue de la Mairie	S4 Rond-point de la Poste	
⑥ chemin des Vignes	⑰ rue Verte	S5 Carrefour de l'Hôpital	
⑦ rue du Pont	⑱ chemin Creux	S6 Placette des Ormes	
⑧ chemin de Ronde	⑲ avenue de la Gare	S7 Place aux Herbes	
⑨ quai aux Fleurs	⑳ rue des Écoles	S8 Rond-point de la Gare	
⑩ rue des Jardins	21 rue de l'Église	S9 Place de la Fontaine	
⑪ rue du Moulin	22 rue Neuve	S10 Place Sainte-Croix	
		S11 Rond-point du Stade	
		S12 Place de l'Église	
		S13 Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°345

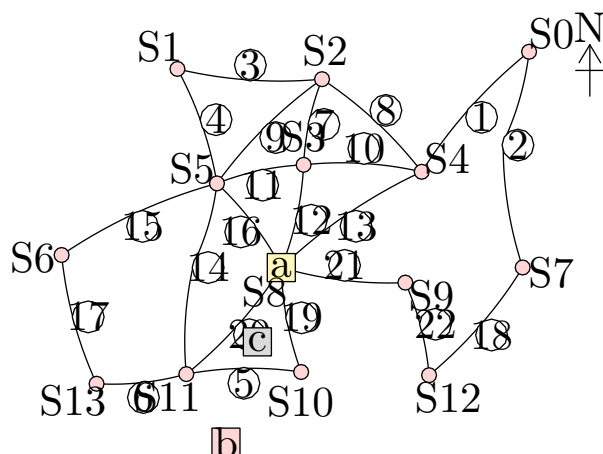


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13
Nombre de rues	2	2	4	4	4	6	2	2	6	2	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $44 = 2 \times 22$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S8**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°345



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Gare (S8), prend le **boulevard du Parc** ⑫ vers le nord et atteint Rond-point du Pont (S3).
2. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑦, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S2).
3. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ③, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S1).
4. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ④, vers le sud, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S5).
5. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S2).
6. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S4).
7. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ①, vers le nord-est, jusqu'à Place des Tanneurs (S0).
8. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ②, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (S7).
9. Il tourne à droite dans le **chemin Creux** ⑱, vers le sud-ouest, jusqu'à Place de l'Église (S12).
10. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** 22, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (S9).
11. Il tourne à gauche dans la **rue de l'Église** 21, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).
12. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Poste (S4).
13. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S3).
14. Il continue tout droit dans la **rue du Moulin** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S5).
15. Il tourne à gauche dans la **rue Haute** ⑭, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Stade (S11).
16. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S10).
17. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑰, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).
18. Il continue tout droit dans la **rue de la Mairie** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S5).
19. Il tourne à gauche dans la **rue du Stade** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S6).
20. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑰, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S13).
21. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ⑥, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (S11).
22. Il continue tout droit dans la **rue des Écoles** ⑳, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare (S8).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.