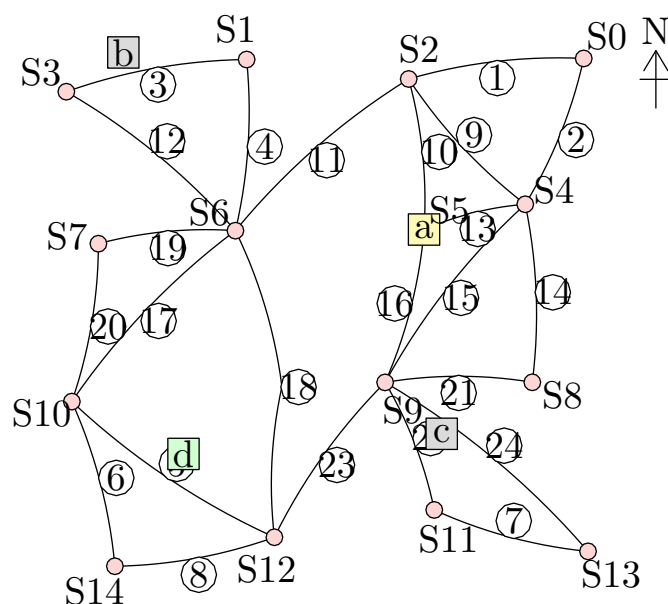




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue du Stade	⑬ rue Verte	S0 Fontaine Notre-Dame	a la poste
② rue de la Mairie	⑭ chemin Creux	S1 Place de la Fontaine	b le stade
③ boulevard du Parc	⑮ rue Haute	S2 Carrefour des Tilleuls	c l'église
④ rue des Écoles	⑯ rue Neuve	S3 Place du Vieux-Puits	d la gendarmerie
⑤ allée des Tilleuls	⑰ rue des Lilas	S4 Carrefour du Moulin	
⑥ avenue de la Gare	⑱ rue de l'Église	S5 Rond-point de la Poste	
⑦ rue Basse	⑲ venelle du Chat	S6 Carrefour de la Mairie	
⑧ rue du Four	⑳ sentier des Prés	S7 Place aux Herbes	
⑨ chemin des Vignes	21 chemin du Lavoir	S8 Place de l'Église	
⑩ rue du Puits	22 rue Pasteur	S9 Rond-point du Pont	
⑪ allée des Peupliers	23 rue du Pont	S10 Carrefour du Lavoir	
⑫ passage du Marché	24 rue de la Poste	S11 Coin du Lavoir	
		S12 Rond-point des Vaches	
		S13 Place Sainte-Croix	
		S14 Placette des Ormes	



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°346



Légende du plan

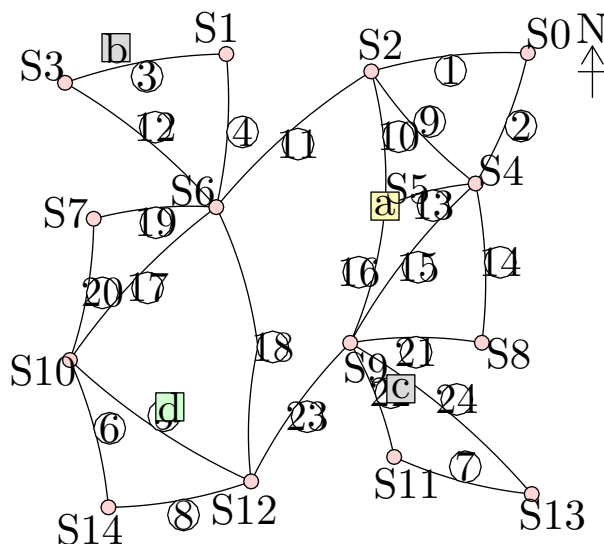
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14
Nombre de rues	2	2	4	2	5	3	6	2	2	6	4	2	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	impair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $48 = 2 \times 24$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S4, S5 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S5**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S4 et S5, et la poste est justement sur l'un des deux (S5). Il part donc de la poste et termine en S4, l'autre carrefour impair.



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point de la Poste (S5), prend la **rue du Puits** ⑩ vers le nord et atteint Carrefour des Tilleuls (S2).
2. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ①, vers l'est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S0).
3. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
4. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑨, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S2).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑪, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S6).
6. Il prend dans la **rue des Écoles** ④, vers le nord, jusqu'à Place de la Fontaine (S1).
7. Il tourne à gauche dans le **boulevard du Parc** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (S3).
8. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S6).
9. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑰, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S10).
10. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑤, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S12).
11. Il tourne à droite dans la **rue du Four** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (S14).
12. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S10).
13. Il tourne à droite dans le **sentier des Prés** ⑳, vers le nord, jusqu'à Place aux Herbes (S7).
14. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑱, vers l'est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S6).
15. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ⑱, vers le sud, jusqu'à Rond-point des Vaches (S12).
16. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** 23, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (S9).
17. Il continue tout droit dans la **rue Haute** ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).
18. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ⑬, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S5).
19. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑯, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont (S9).
20. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** 22, vers le sud, jusqu'à Coin du Lavoir (S11).
21. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑦, vers l'est, jusqu'à Place Sainte-Croix (S13).
22. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** 24, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S9).
23. Il tourne à droite dans le **chemin du Lavoir** 21, vers l'est, jusqu'à Place de l'Église (S8).
24. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑭, vers le nord, jusqu'à Carrefour du Moulin (S4).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S4 ou en S5 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.