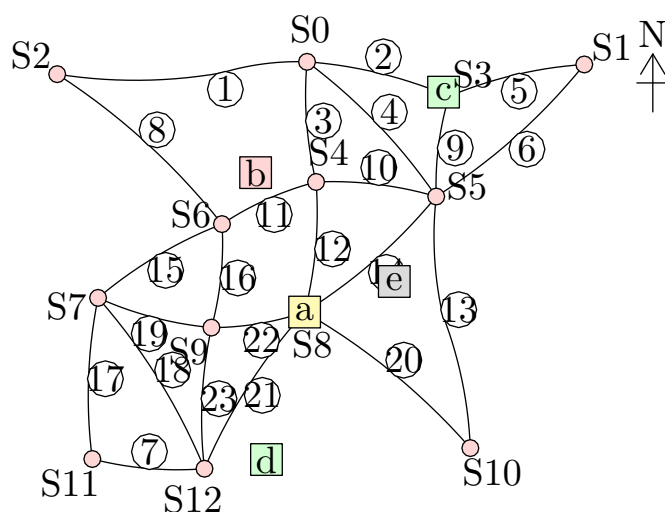


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue de la Mairie	⑬ chemin Creux	S0 Rond-point du Pont	a la poste
② rue Haute	⑭ passage du Marché	S1 Place de la Fontaine	b le marché couvert
③ chemin du Lavoir	⑮ quai aux Fleurs	S2 Fontaine Notre-Dame	c la salle des fêtes
④ chemin des Vignes	⑯ chemin de Ronde	S3 Carrefour des Quatre-Chemins	d la mairie
⑤ rue des Écoles	⑰ avenue de la Gare	S4 Carrefour des Tilleuls	e le cimetière
⑥ rue des Lilas	⑱ rue de la Poste	S5 Carrefour Saint-Roch	
⑦ rue Neuve	⑲ allée des Peupliers	S6 Rond-point des Vaches	
⑧ rue du Pont	⑳ rue des Jardins	S7 Rond-point de la Poste	
⑨ rue Basse	21 rue du Puits	S8 Carrefour de l'Hôpital	
⑩ venelle du Chat	22 rue de l'Église	S9 Carrefour de la Mairie	
⑪ allée des Tilleuls	23 rue Verte	S10 Place aux Herbes	
⑫ rue du Four		S11 Place des Tanneurs	
		S12 Carrefour du Lavoir	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°347

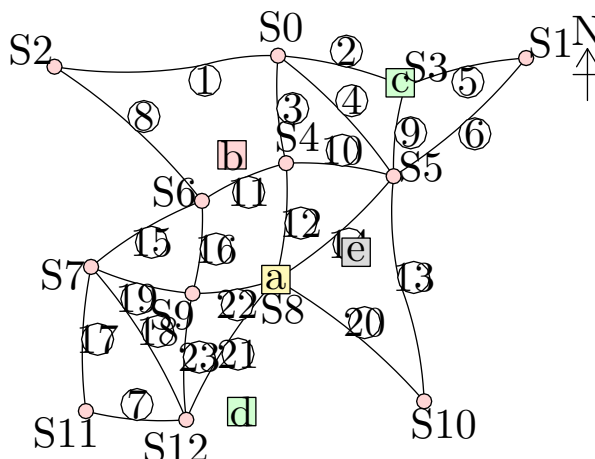


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12
Nombre de rues	4	2	2	3	4	6	4	4	5	4	2	2	4
Parité	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $46 = 2 \times 23$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : S3, S8 — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **S8**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, S3 et S8, et la poste est justement sur l'un des deux (S8). Il part donc de la poste et termine en S3, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°347



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (S8), prend la **rue du Four** ⑫ vers le nord et atteint Carrefour des Tilleuls (S4).
2. Il continue tout droit dans le **chemin du Lavoir** ③, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (S0).
3. Il tourne à gauche dans la **rue de la Mairie** ①, vers l'ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (S2).
4. Il prend dans la **rue du Pont** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S6).
5. Il tourne à gauche dans l'**allée des Tilleuls** ⑪, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (S4).
6. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑩, vers l'est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
7. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (S0).
8. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ②, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S3).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑤, vers l'est, jusqu'à Place de la Fontaine (S1).
10. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑥, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
11. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑬, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (S10).
12. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑳, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S8).
13. Il tourne à gauche dans la **rue du Puits** 21, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S12).
14. Il tourne à droite dans la **rue Neuve** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Place des Tanneurs (S11).
15. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ⑰, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
16. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑮, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (S6).
17. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑯, vers le sud, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S9).
18. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑱, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (S7).
19. Il prend dans la **rue de la Poste** ⑱, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (S12).
20. Il prend dans la **rue Verte** 23, vers le nord, jusqu'à Carrefour de la Mairie (S9).
21. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** 22, vers l'est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (S8).
22. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (S5).
23. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ⑨, vers le nord, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (S3).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en S3 ou en S8 : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.