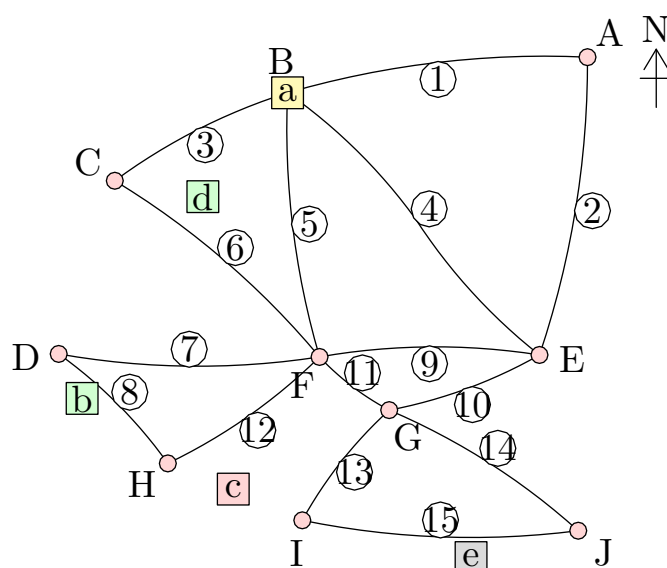


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① boulevard du Parc	⑨ rue des Lilas	Ⓐ Place des Tanneurs	a la poste
② rue Pasteur	⑩ rue Basse	Ⓑ Rond-point de la Gare	b la bibliothèque
③ venelle du Chat	⑪ rue du Four	Ⓒ Place Sainte-Croix	c le marché couvert
④ avenue de la Gare	⑫ passage du Marché	Ⓓ Place de l'Église	d la salle des fêtes
⑤ rue Neuve	⑬ chemin de Ronde	Ⓔ Carrefour des Quatre-Chemins	e l'église
⑥ rue des Jardins	⑭ quai aux Fleurs	Ⓕ Rond-point du Pont	
⑦ rue du Pont	⑮ rue des Écoles	Ⓖ Carrefour du Lavoir	
⑧ rue Haute		Ⓗ Fontaine Notre-Dame	
		Ⓘ Coin du Lavoir	
		Ⓙ Placette des Ormes	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



La tournée du facteur

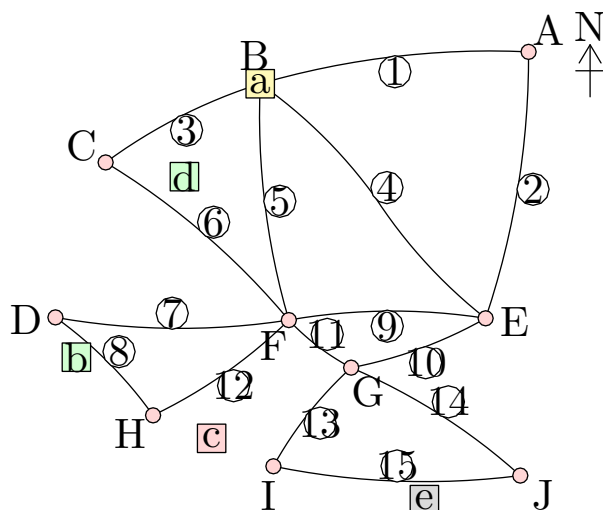
Problème — Fiche n°35



-
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	4	2	2	4	6	4	2	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **B**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°35



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point de la Gare (B), prend le **boulevard du Parc** ① vers l'est et atteint Place des Tanneurs (A).
2. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (E).
3. Il tourne à droite dans l'**avenue de la Gare** ④, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare (B).
4. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix (C).
5. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont (F).
6. Il tourne à droite dans la **rue du Pont** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église (D).
7. Il prend dans la **rue Haute** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (H).
8. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑫, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Pont (F).
9. Il continue tout droit dans la **rue des Lilas** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (E).
10. Il tourne à droite dans la **rue Basse** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (G).
11. Il continue tout droit dans le **chemin de Ronde** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Coin du Lavoir (I).
12. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑮, vers l'est, jusqu'à Placette des Ormes (J).
13. Il tourne à gauche dans le **quai aux Fleurs** ⑭, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (G).
14. Il continue tout droit dans la **rue du Four** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (F).
15. Il continue tout droit dans la **rue Neuve** ⑤, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Gare (B).

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.