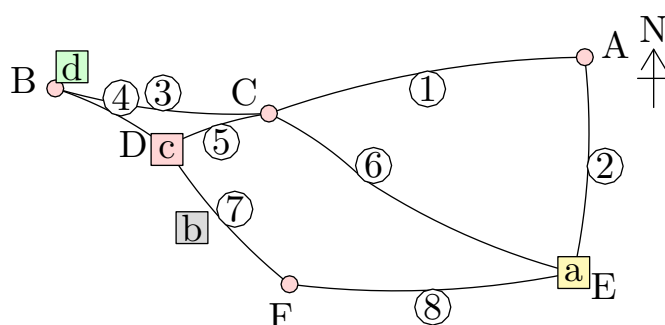




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin Creux	⑤ avenue de la Gare	Ⓐ Place de l'Église	a la poste
② rue du Pont	⑥ rue des Jardins	Ⓑ Place aux Herbes	b le cimetière
③ rue de l'Église	⑦ allée des Peupliers	Ⓒ Rond-point du Pont	c le lavoir
④ chemin des Vignes	⑧ rue Pasteur	Ⓓ Carrefour de la Mairie	d la salle des fêtes
		Ⓔ Rond-point du Stade	
		Ⓕ Placette des Ormes	

Légende du plan

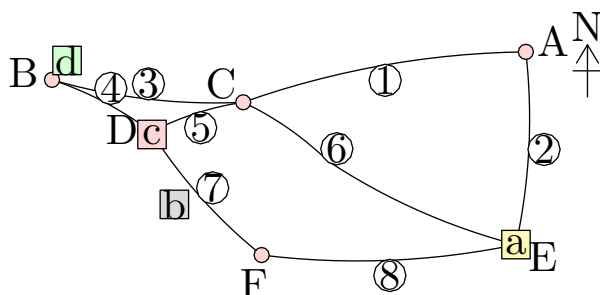
Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

- Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
- Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
- Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
- Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	2	2	4	3	3	2
Parité	pair	pair	pair	impair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $16 = 2 \times 8$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : D, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, D et E, et la poste est justement sur l'un des deux (E). Il part donc de la poste et termine en D, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°351



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point du Stade (**E**), prend la **rue du Pont** ② vers le nord et atteint Place de l'Église (**A**).
2. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ①, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (**C**).
3. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ③, vers l'ouest, jusqu'à Place aux Herbes (**B**).
4. Il prend dans le **chemin des Vignes** ④, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**D**).
5. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑤, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Pont (**C**).
6. Il tourne à droite dans la **rue des Jardins** ⑥, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Stade (**E**).
7. Il prend dans la **rue Pasteur** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Placette des Ormes (**F**).
8. Il continue tout droit dans l'**allée des Peupliers** ⑦, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (**D**).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en D ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.