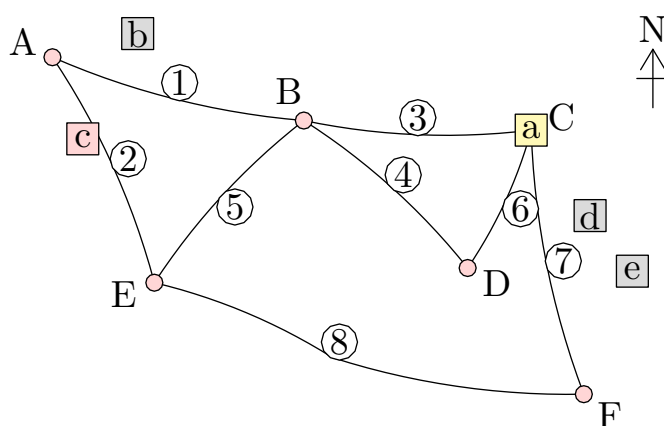




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Haute	⑤ rue du Pont	Ⓐ Place du Vieux-Puits	a la poste
② rue Verte	⑥ allée des Peupliers	Ⓑ Rond-point du Stade	b l'église
③ passage du Marché	⑦ rue Basse	Ⓒ Carrefour du Lavoir	c le marché couvert
④ rue de l'Église	⑧ venelle du Chat	Ⓓ Place de l'Église	d le cimetière
		Ⓔ Rond-point des Vaches	e le stade
		Ⓕ Place aux Herbes	

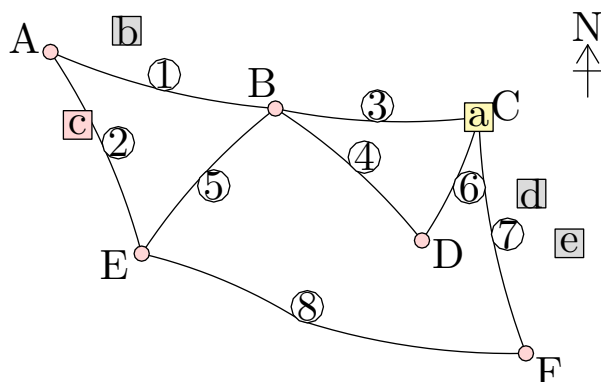
Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F
Nombre de rues	2	4	3	2	3	2
Parité	pair	pair	impair	pair	impair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $16 = 2 \times 8$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : C, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en C, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'**une seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, C et E, et la poste est justement sur l'un des deux (C). Il part donc de la poste et termine en E, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°352



Voici une tournée possible :

1. Il part de Carrefour du Lavoir (C), prend le **passage du Marché** ③ vers l'ouest et atteint Rond-point du Stade (B).
2. Il continue tout droit dans la **rue Haute** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits (A).
3. Il tourne à gauche dans la **rue Verte** ②, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (E).
4. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑤, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade (B).
5. Il tourne à droite dans la **rue de l'Église** ④, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église (D).
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Lavoir (C).
7. Il prend dans la **rue Basse** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place aux Herbes (F).
8. Il tourne à droite dans la **venelle du Chat** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (E).

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en C ou en E : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.