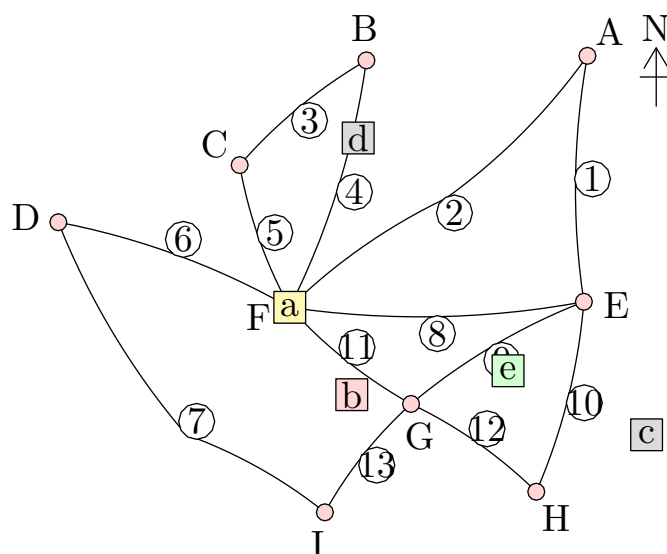




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① chemin du Lavoir	⑧ rue du Moulin	Ⓐ Place du Marché	a la poste
② rue Haute	⑨ chemin de Ronde	Ⓑ Place des Tanneurs	b la pharmacie
③ sentier des Prés	⑩ rue de la Poste	Ⓒ Place Sainte-Croix	c le cimetière
④ rue du Stade	⑪ venelle du Chat	Ⓓ Place de l'Église	d le gymnase
⑤ rue Neuve	⑫ chemin des Vignes	Ⓔ Carrefour du Moulin	e la salle des fêtes
⑥ rue Verte	⑬ rue du Pont	Ⓕ Rond-point du Pont	
⑦ chemin Creux		Ⓖ Carrefour des Quatre-Chemins	
		Ⓗ Place de la Fontaine	
		Ⓘ Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
3. Le **facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste** ? Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°355

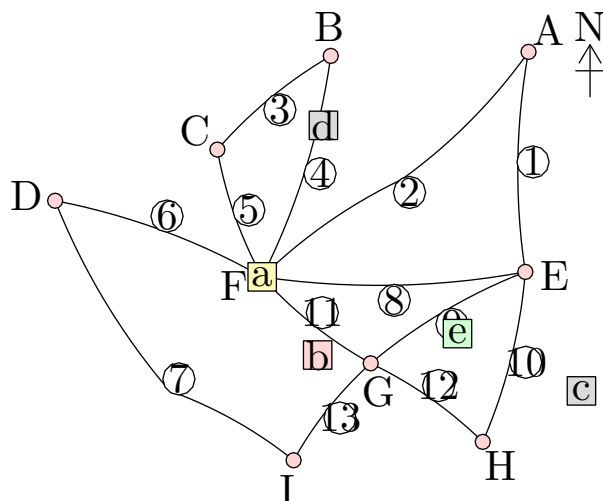


-
4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	2	2	2	2	4	6	4	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $26 = 2 \times 13$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Aucun carrefour n'a un nombre impair de rues : ils sont tous pairs.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Aucun carrefour n'est impair : chacun peut être traversé de part en part. Le facteur revient même à la poste sans l'avoir cherché.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°355



Voici une tournée possible — ce n'est pas la seule :

1. Il part de Rond-point du Pont **(F)**, prend la **rue Haute** ② vers le nord-est et atteint Place du Marché **(A)**.
2. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ①, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Moulin **(E)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑧, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(F)**.
4. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ④, vers le nord, jusqu'à Place des Tanneurs **(B)**.
5. Il tourne à gauche dans le **sentier des Prés** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Place Sainte-Croix **(C)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue Neuve** ⑤, vers le sud, jusqu'à Rond-point du Pont **(F)**.
7. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑥, vers l'ouest, jusqu'à Place de l'Église **(D)**.
8. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑦, vers le sud-est, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(I)**.
9. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑬, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(G)**.
10. Il continue tout droit dans le **chemin de Ronde** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(E)**.
11. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑩, vers le sud, jusqu'à Place de la Fontaine **(H)**.
12. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(G)**.
13. Il continue tout droit dans la **venelle du Chat** ⑪, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont **(F)**.

4.

La question ne se pose pas : la tournée est possible au départ de la poste, et elle le resterait où qu'on installe celle-ci — aucun carrefour n'est impair.