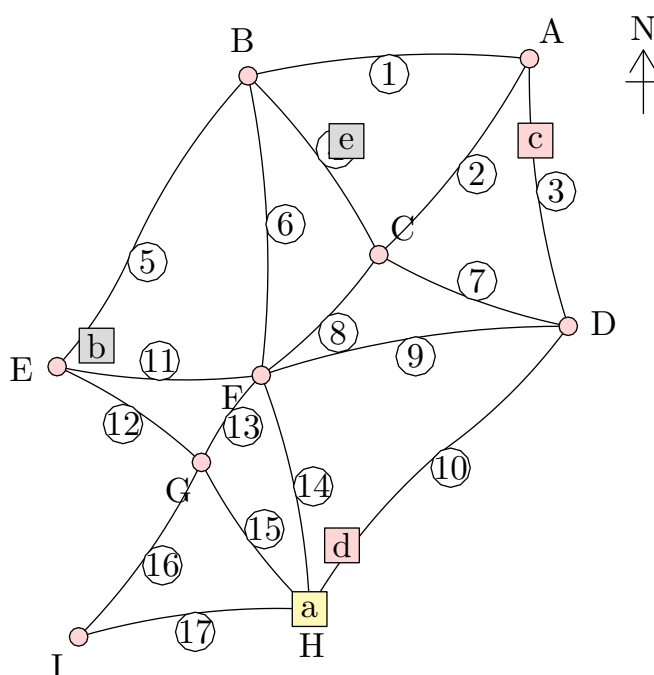




Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① rue Neuve	⑩ rue de la Mairie	Ⓐ Carrefour des Quatre-Chemins	a la poste
② chemin des Vignes	⑪ rue des Écoles	Ⓑ Carrefour de l'Hôpital	b l'église
③ rue de l'Église	⑫ rue des Jardins	Ⓒ Carrefour de la Mairie	c la pharmacie
④ rue du Pont	⑬ passage du Marché	Ⓓ Carrefour des Tilleuls	d le marché couvert
⑤ rue Pasteur	⑭ rue du Stade	Ⓔ Rond-point du Pont	e le cimetière
⑥ rue du Moulin	⑮ chemin Creux	Ⓕ Rond-point du Stade	
⑦ chemin de Ronde	⑯ quai aux Fleurs	Ⓖ Carrefour Saint-Roch	
⑧ allée des Peupliers	⑰ boulevard du Parc	Ⓖ Rond-point des Vaches	
⑨ sentier des Prés		① Place du Marché	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°356

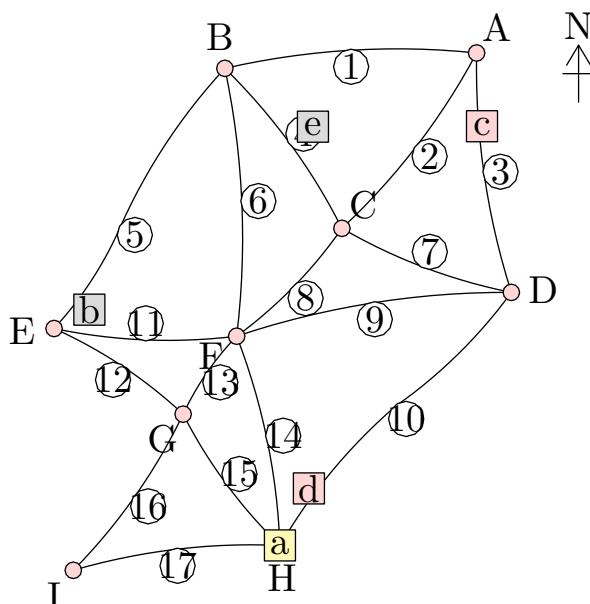


-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Nombre de rues	3	4	4	4	3	6	4	4	2
Parité	impair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $34 = 2 \times 17$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, E — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **H**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Non. Deux carrefours sont impairs, A et E : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.

Or la poste est en **H**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

Oui, une tournée existe — mais elle va de A à E. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°356



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour des Quatre-Chemins (A), prend la **rue Neuve** ① vers l'ouest et atteint Carrefour de l'Hôpital (B).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ④, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour de la Mairie (C).
3. Il tourne à gauche dans le **chemin des Vignes** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins (A).
4. Il prend dans la **rue de l'Église** ③, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (D).
5. Il tourne à droite dans le **chemin de Ronde** ⑦, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour de la Mairie (C).
6. Il tourne à gauche dans l'**allée des Peupliers** ⑧, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Stade (F).
7. Il tourne à droite dans la **rue du Moulin** ⑥, vers le nord, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (B).
8. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ⑤, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (E).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑪, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade (F).
10. Il continue tout droit dans le **sentier des Prés** ⑨, vers l'est, jusqu'à Carrefour des Tilleuls (D).
11. Il tourne à droite dans la **rue de la Mairie** ⑩, vers le sud-ouest, jusqu'à Rond-point des Vaches (H).
12. Il tourne à droite dans la **rue du Stade** ⑭, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Stade (F).
13. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑬, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (G).
14. Il tourne à gauche dans le **chemin Creux** ⑮, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point des Vaches (H).
15. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑰, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché (I).
16. Il tourne à droite dans le **quai aux Fleurs** ⑯, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour Saint-Roch (G).
17. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ⑫, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point du Pont (E).