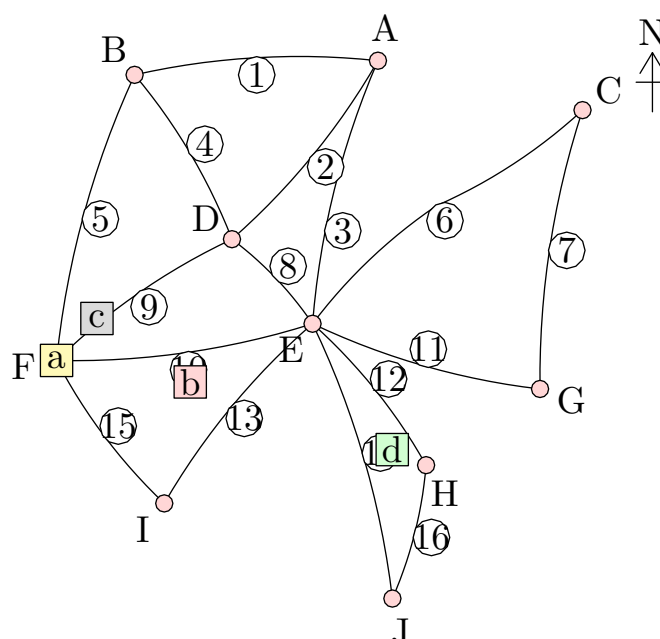


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

## La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

| Les rues             |                       | Les carrefours           | Les bâtiments            |
|----------------------|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| ① chemin des Vignes  | ⑨ rue des Écoles      | Ⓐ Carrefour de l'Hôpital | <b>a</b> la poste        |
| ② rue des Jardins    | ⑩ rue de la Poste     | Ⓑ Rond-point du Pont     | <b>b</b> la boulangerie  |
| ③ chemin du Lavoir   | ⑪ rue des Lilas       | Ⓒ Coin du Lavoir         | <b>c</b> l'église        |
| ④ rue du Moulin      | ⑫ rue Haute           | Ⓓ Carrefour du Moulin    | <b>d</b> la bibliothèque |
| ⑤ rue de l'Église    | ⑬ passage du Marché   | Ⓔ Rond-point de la Poste |                          |
| ⑥ avenue de la Gare  | ⑭ rue Pasteur         | Ⓕ Carrefour du Lavoir    |                          |
| ⑦ allée des Tilleuls | ⑮ rue Verte           | Ⓖ Place du Vieux-Puits   |                          |
| ⑧ rue du Pont        | ⑯ allée des Peupliers | Ⓗ Placette des Ormes     |                          |
|                      |                       | Ⓘ Fontaine Notre-Dame    |                          |
|                      |                       | Ⓙ Place des Tanneurs     |                          |

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°357

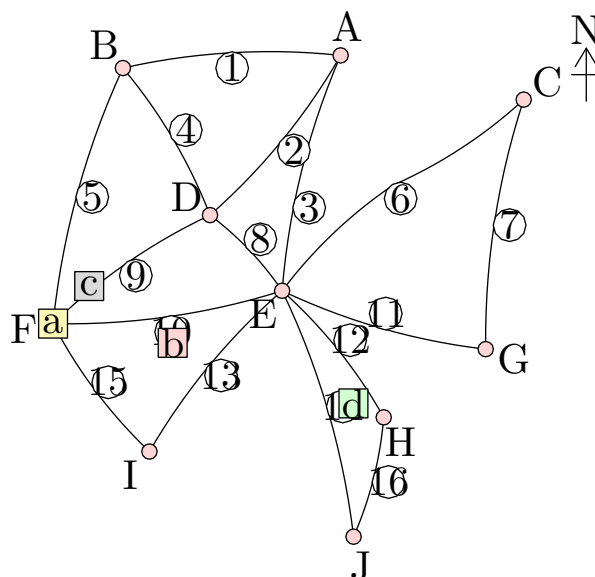


- 
3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
  4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?



## Correction

### La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

| Carrefour      | A      | B      | C    | D    | E    | F    | G    | H    | I    | J    |
|----------------|--------|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nombre de rues | 3      | 3      | 2    | 4    | 8    | 4    | 2    | 2    | 2    | 2    |
| Parité         | impair | impair | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair | pair |

Vérification : la somme de ces nombres vaut  $32 = 2 \times 16$ , car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

**Les carrefours à nombre impair de rues sont : A, B — il y en a 2.**

2.

**Le raisonnement clé.** Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

**Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».**

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **F**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

**Non. Deux carrefours sont impairs, A et B : l'un devrait être le départ, l'autre l'arrivée.**

Or la poste est en **F**, où aboutit un nombre **pair** de rues. Ce carrefour ne peut être que traversé, jamais servir de départ.

4.

**Oui, une tournée existe — mais elle va de A à B. En installant la poste à l'un de ces deux carrefours, le facteur pourrait faire toutes les rues une fois. En revanche il ne reviendrait pas à la poste : il finirait à l'autre bout du quartier.**



## La tournée du facteur

Problème — Fiche n°357



Ce parcours, en partant de A :

1. Il part de Carrefour de l'Hôpital (A), prend le **chemin des Vignes** ① vers l'ouest et atteint Rond-point du Pont (B).
2. Il tourne à gauche dans la **rue du Moulin** ④, vers le sud-est, jusqu'à Carrefour du Moulin (D).
3. Il tourne à gauche dans la **rue des Jardins** ②, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour de l'Hôpital (A).
4. Il prend dans le **chemin du Lavoir** ③, vers le sud, jusqu'à Rond-point de la Poste (E).
5. Il tourne à gauche dans l'**avenue de la Gare** ⑥, vers le nord-est, jusqu'à Coin du Lavoir (C).
6. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑦, vers le sud, jusqu'à Place du Vieux-Puits (G).
7. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Rond-point de la Poste (E).
8. Il continue tout droit dans la **rue du Pont** ⑧, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin (D).
9. Il tourne à gauche dans la **rue des Écoles** ⑨, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (F).
10. Il tourne à gauche dans la **rue de la Poste** ⑩, vers l'est, jusqu'à Rond-point de la Poste (E).
11. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑫, vers le sud-est, jusqu'à Placette des Ormes (H).
12. Il tourne à droite dans l'**allée des Peupliers** ⑬, vers le sud, jusqu'à Place des Tanneurs (J).
13. Il tourne à droite dans la **rue Pasteur** ⑭, vers le nord, jusqu'à Rond-point de la Poste (E).
14. Il tourne à gauche dans le **passage du Marché** ⑮, vers le sud-ouest, jusqu'à Fontaine Notre-Dame (I).
15. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑯, vers le nord-ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir (F).
16. Il continue tout droit dans la **rue de l'Église** ⑤, vers le nord, jusqu'à Rond-point du Pont (B).