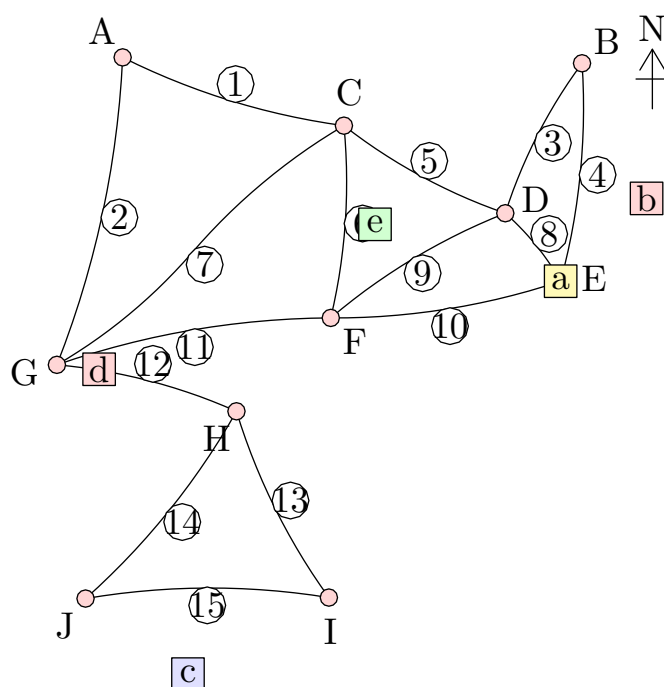


Un facteur veut parcourir toutes les rues de son quartier en n'empruntant chacune qu'une seule fois. Selon le plan, c'est tantôt facile, tantôt impossible — et l'on peut le dire d'avance, sans essayer, en regardant simplement combien de rues aboutissent à chaque carrefour.

La tournée du facteur

Voici le plan d'un quartier.



Le facteur part de la poste et doit emprunter chaque rue exactement une fois. Il n'est pas obligé d'y revenir : il termine sa tournée où il veut.

Les rues		Les carrefours	Les bâtiments
① avenue de la Gare	⑨ venelle du Chat	Ⓐ Place du Marché	a la poste
② rue Pasteur	⑩ rue Haute	Ⓑ Placette des Ormes	b le marché couvert
③ rue Basse	⑪ passage du Marché	Ⓒ Rond-point de la Gare	c l'école
④ chemin de Ronde	⑫ rue de la Mairie	Ⓓ Carrefour du Moulin	d la boulangerie
⑤ rue Verte	⑬ rue de la Poste	Ⓔ Rond-point du Pont	e la bibliothèque
⑥ rue des Lilas	⑭ boulevard du Parc	Ⓕ Carrefour du Lavoir	
⑦ rue du Pont	⑮ chemin des Vignes	Ⓖ Carrefour des Quatre-Chemins	
⑧ allée des Tilleuls		Ⓖ Rond-point du Stade	
		Ⓘ Place de l'Église	
		Ⓙ Place du Vieux-Puits	

Légende du plan

Les questions se suivent : la première n'est qu'un comptage, la dernière demande une preuve.

1. Pour **chaque carrefour**, compter le nombre de rues qui y aboutissent. Présenter les résultats dans un tableau.



La tournée du facteur

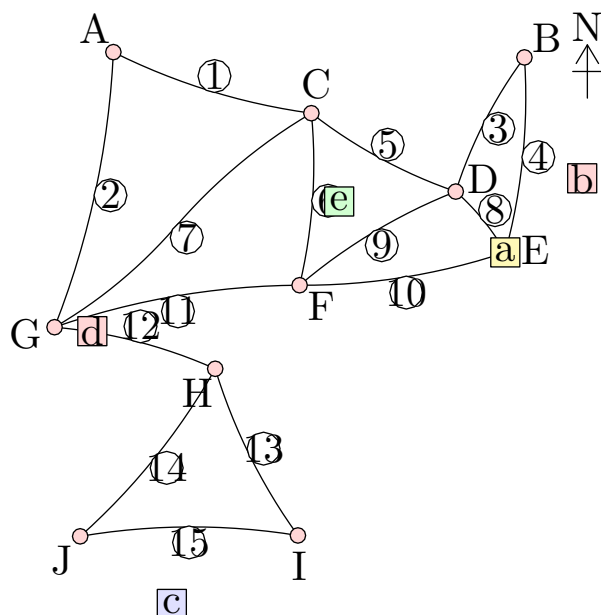
Problème — Fiche n°36



-
2. Le facteur imagine sa tournée. À chaque fois qu'il **traverse** un carrefour, combien de rues utilise-t-il ? Qu'en déduire pour les carrefours où aboutit un nombre **impair** de rues ?
 3. **Le facteur peut-il faire sa tournée en partant de la poste ?** Si oui, décrire un trajet possible ; sinon, démontrer que c'est impossible.
 4. Si ce n'est pas possible : une tournée existe-t-elle **malgré tout** dans ce quartier, en partant d'ailleurs ? Si oui, où faudrait-il installer la poste — et le facteur y reviendrait-il ?

Correction

La tournée du facteur — Correction



1. On compte les rues aboutissant à chaque carrefour :

Carrefour	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Nombre de rues	2	2	4	4	3	4	4	3	2	2
Parité	pair	pair	pair	pair	impair	pair	pair	impair	pair	pair

Vérification : la somme de ces nombres vaut $30 = 2 \times 15$, car chaque rue est comptée à ses **deux** extrémités.

Les carrefours à nombre impair de rues sont : E, H — il y en a 2.

2.

Le raisonnement clé. Quand le facteur **traverse** un carrefour, il y arrive par une rue et en repart par une autre : il consomme les rues **deux par deux**. Un carrefour traversé 3 fois voit donc 6 de ses rues utilisées — toujours un nombre **pair**.

Un carrefour où aboutit un nombre impair de rues ne peut donc pas être seulement traversé : il doit être le départ ou l'arrivée de la tournée. Là, une rue reste « non appariée ».

Ici la poste est **sur un carrefour**, en **E**, et le facteur n'a pas à y revenir. Ce carrefour est donc le **départ** — il a droit d'être impair. Mais il n'y a qu'une **seule arrivée** : tous les autres carrefours doivent être pairs, sauf un au plus.

3.

Oui. Deux carrefours sont impairs, E et H, et la poste est justement sur l'un des deux (E). Il part donc de la poste et termine en H, l'autre carrefour impair.



La tournée du facteur

Problème — Fiche n°36



Voici une tournée possible :

1. Il part de Rond-point du Pont **(E)**, prend le **chemin de Ronde** ④ vers le nord et atteint Placette des Ormes **(B)**.
2. Il tourne à gauche dans la **rue Basse** ③, vers le sud-ouest, jusqu'à Carrefour du Moulin **(D)**.
3. Il tourne à droite dans la **rue Verte** ⑤, vers le nord-ouest, jusqu'à Rond-point de la Gare **(C)**.
4. Il continue tout droit dans l'**avenue de la Gare** ①, vers l'ouest, jusqu'à Place du Marché **(A)**.
5. Il tourne à gauche dans la **rue Pasteur** ②, vers le sud, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(G)**.
6. Il tourne à gauche dans la **rue du Pont** ⑦, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point de la Gare **(C)**.
7. Il tourne à droite dans la **rue des Lilas** ⑥, vers le sud, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(F)**.
8. Il tourne à gauche dans la **venelle du Chat** ⑨, vers le nord-est, jusqu'à Carrefour du Moulin **(D)**.
9. Il tourne à droite dans l'**allée des Tilleuls** ⑧, vers le sud-est, jusqu'à Rond-point du Pont **(E)**.
10. Il tourne à droite dans la **rue Haute** ⑩, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour du Lavoir **(F)**.
11. Il continue tout droit dans le **passage du Marché** ⑪, vers l'ouest, jusqu'à Carrefour des Quatre-Chemins **(G)**.
12. Il prend dans la **rue de la Mairie** ⑫, vers l'est, jusqu'à Rond-point du Stade **(H)**.
13. Il tourne à droite dans la **rue de la Poste** ⑬, vers le sud-est, jusqu'à Place de l'Église **(I)**.
14. Il tourne à droite dans le **chemin des Vignes** ⑮, vers l'ouest, jusqu'à Place du Vieux-Puits **(J)**.
15. Il tourne à droite dans le **boulevard du Parc** ⑭, vers le nord-est, jusqu'à Rond-point du Stade **(H)**.

4.

C'était déjà possible. Notons seulement que la poste devait être en E ou en H : ailleurs, la tournée n'aurait pas pu commencer.